### Seismische controle funderingspalentestveld van 't Hek vierkante palen

Nadere analyses

1221134-000



Titel Seismische controle funderingspalentestveld van 't Hek vierkante palen

Opdrachtgever	Project	Kenmerk	Pagina's
TKI Deltatechnologie	1221134-000	1221134-000-BGS-0010	53

#### Trefwoorden

Pile integrity, acoustic method, seismic measurement, field test, numerical method Paal integriteitstesten, akoestische methode, seismische methode, veld proef, numerieke berekening

#### Samenvatting

Dit rapport bevat een theoretische studie naar het gedrag van de akoestische golven in een paal voor een meting met de Seismic Tube. In de veldmeting op een gladde vierkant prefab paal bleken veel trillingen zichtbaar te zijn en de verschillen tussen de dikke en dunne palen ogenschijnlijk heel gering. Dit rapport geeft een theoretische verklaring voor deze waarnemingen. Door het grote impedantie verschil tussen enerzijds de seismic tube, de vloeistof en de buis in de paal (samengevat onder de noemer: de holte) en anderzijds het beton van de paal, komt er weinig energie via de paal bij de ontvangers. De belangrijkste signalen in de ontvangers zijn golven die in de holte opgesloten blijven. Ondanks dit is de conclusie dat een seismische interpretatie van de resultaten kansrijk is voor deze toepassing, waarbij de toepassing in jonger beton een grotere kans lijkt te hebben.

#### Referenties

TKI-project DEL014 Kwaliteit in de grond gevormde palen Seismic Tube

Versie	Datum	Auteur	Paraaf	Review	Paraaf	Goedkeuring	Paraaf
	jan. 2019	P. Hölscher		V. Hopman		M. Blauw	

#### Status

concept

Dit document is een concept en uitsluitend bedoeld voor discussiedoeleinden. Aan de inhoud van dit rapport kunnen noch door de opdrachtgever, noch door derden rechten worden ontleend.

Deltares

### Inhoud

1	Inleiding	1
2	Relatie met de conusweerstand	3
3	<ul> <li>Vergelijking metingen Brem en Deltares</li> <li>3.1 Inleiding</li> <li>3.2 Gemeten signalen</li> <li>3.3 Vergelijking metingen</li> <li>3.4 Conclusie</li> </ul>	<b>7</b> 7 8 9
4	Twee-dimensionale afbeeldingen4.1Werkelijke signaal als maat4.2Teken als maat	<b>11</b> 11 16
5	<ul> <li>1-D simulatie van de golfuitbreiding onder de puls</li> <li>5.1 Introduction</li> <li>5.2 Properties</li> <li>5.3 Analysis of calculations</li> <li>5.4 Remark</li> <li>5.5 Conclusion</li> </ul>	<b>21</b> 21 22 24 24
6	<ul> <li>2-D Eindige elementen modellering</li> <li>6.1 Inleiding</li> <li>6.2 Opzet berekening</li> <li>6.3 Resultaten van de berekeningen in paal 450 mm</li> <li>6.4 Vergelijking berekende trillingen tussen de twee palen</li> <li>6.4.1 Algemene beeld</li> <li>6.4.2 Eerste opnemer</li> <li>6.4.3 Tweede opnemer</li> <li>6.4.4 Overige opnemers</li> <li>6.4.5 Oorzaak trillingen</li> <li>6.5 Overwegingen voor interpretatie meetresultaat</li> </ul>	25 25 26 28 29 30 30 31 32 33
7	Simulatie met een vijfmaal lagere stijfheid in de buis	35
8	Seismische interpretatie8.1Inleiding8.2Voorbeeld resultaat8.3Evaluatie tube wave8.4Vergelijking stack paal 1 en paal 38.5Conclusie	<b>39</b> 39 39 41 42 42
9	<ul><li>Conclusies en afsluiting</li><li>9.1 Conclusies</li><li>9.2 Ideeën voor vervolg</li></ul>	<b>45</b> 45 45

### Bijlage(n)

Referenties	1
A Vergelijking Palen metingen Deltares	A-1
A.1 Paal 1 en Paal 3	A-2
A.2 Paal 1 en paal 2	A-8

### 1 Inleiding

Naar aanleiding van de metingen aan de vier vierkante palen op het terrein van van 't Hek in Middenbeemster [5] zijn een aantal nadere analyses uitgevoerd. Deze worden in dit rapport besproken. Figuur 1.1 en Figuur 1.2 geven een overzicht van de seismic tube.

In deze metingen bleek een lange trein met trillingen in de ontvangers te arriveren terwijl de bron een enkele Ricker wavelet genereert. Er was weinig verschil te zien tussen de meetresultaten van de dikke en de dunne paal. Dit rapport probeert een verklaring te geven voor deze observaties en vervolgens een oplossingsrichting voor de interpretatie.

Het betreft ten eerste een empirische benadering, waarbij eigenlijk alleen meetresultaten worden gebruikt: de relatie met de sonderingen (zie hoofdstuk 2) en een vergelijking met de meetresultaten van de Single Hole Sonic Logging test die door Brem op de palen is uitgevoerd [2]. In navolging van de standaard resultaten die door Brem zijn gepresenteerd zijn de Seismic Tube resultaten ook in dezelfde twee dimensionale weergave van het golfveld gepresenteerd (zie hoofdstuk 4).



Figuur 1.1 Schematisch overzicht van de seismic tube

Vervolgens zijn een aantal numerieke studies uitgevoerd:

• De invloed van de stijfheidsovergangen tussen de bron en de paal (en dus ook de opnemers en de paal) is bekeken. In eerste instantie met een 1-D model, hoofdstuk 5

- Daarna is met een eindige elementen simulatie (met Plaxis) nagegaan of het te verwachten is of er verschillen er tussen de dunne en de dikke paal worden gevonden. Dan kan mogelijk ook worden aangegeven wat de achtergrond van de verschillen is zie hoofdstuk 6 en hoofdstuk 7.
- De seismische interpretatie van de signalen is uitgewerkt in hoofdstuk 8.



Figuur 1.2 Seismic tube met paal met gat erin.

### 2 Relatie met de conusweerstand

Door van 't Hek is een sondering geleverd die in het centrum van de vier palen is uitgevoerd, zie Figuur 2.1.



Figuur 2.1 Locatie palen en sondering (driehoekje tussen de palen)

Figuur 2.2 toont de conusweerstand, de wrijving en het wrijvingsgetal als functie van de diepte

Voor de palen 1, 2 en 3 zijn de maximale trillingen in de eerste vier opnemers uitgezet als functie van de diepte. In de linker figuur is steeds de conusweerstand getekend. De diepte van het reflectiepunt is steeds gebruikt als diepte in deze figuren. Zoals aangegeven in rapport van 't Hek [5] is de meting aan paal D3 vanaf ongeveer 5 m diepte mislukt, dat wil zeggen dat de meting boven de 5 m niet kan worden gebruikt. Dit geld ook voor de hele meting voor paal D4. Figuur 2.3, Figuur 2.4 en Figuur 2.5 tonen de resultaten.



Figuur 2.2 Resultaten sondering



Figuur 2.3 Vergelijking maximale waarden met conusweerstand voor Paal D1



Figuur 2.4 Vergelijking maximale waarden met conusweerstand voor Paal D2



Figuur 2.5 Vergelijking maximale waarden met conusweerstand voor Paal D3 (geldig voor diepte onder de 5 m, daar boven is de meting mislukt)

De conclusie luidt dat er voor deze metingen geen duidelijke relatie met de conusweerstand en de maximaal waargenomen trillingssterkte zichtbaar is.

### 3 Vergelijking metingen Brem en Deltares

#### 3.1 Inleiding

De firma Brem heeft de palen doorgemeten met de standaard sonic logging apparatuur van pile.com. Deze proef heet de SHSL, wat staat voor Single Hole Sonic Logging. De afstand tussen de bron en de opnemer was hoogstwaarschijnlijk 40 cm [1]. De ruwe en verwerkte data zijn aan Deltares geleverd en door ons verwerkt. De standaard bewerking bestaat uit de bepaling van de eerste aankomst van de golf (de FAT: First Arrival Time) en de energie in elke opnemer als functie van de tijd. De energie is de tijdsintegraal van het kwadraat van de meting. Dit is een oplopende functie. Verschillen in één of beide van deze twee variabelen geeft een afwijking aan, die nader moet worden beoordeeld.

Bezooijen van Brem heeft een korte evaluatie van de signalen gegeven. Op basis van de gangbare werkmethode bevatten de palen geen defecten. Bezooijen merkt de volgende zaken op [1]:

- Een conclusie trekken zonder verdere informatie is lastig. Overigens is dit doorgaans erg moeilijk op basis van uitsluitend een SSL-meting.
- Bezooijen ziet afwijkende meetsignalen bij paal 3 en 4;
- Bij paal 3 betreft het kleine afnames in de *First Arrival Time* (FAT), ofwel snellere doorvoering van het signaal op 6.5, 8 tot 10 en 11.5 tot 11.83 m diepte.
- Als de signalen worden vergeleken met de overige palen, dan lijkt het erop dat die "afnames" juist de standaard zijn en de rest een toename (afwijking) is in FAT.
- Bij paal 4 betreft het van 1.5 tot 4.25 meter diepte een toename van FAT. Dit terwijl de energie niets of nauwelijks veranderd.
- Gezien het feit dat niet alle palen afwijken, zal het geen grondopbouw zijn die de meting verstoort.
- Gezien het feit dat het prefab palen zijn, zijn het geen schachtafwijkingen.
- Wellicht dat er sprake is van tube *debonding* (pas na het uitharden van het beton de buizen gevuld met koud water waardoor de buis krimpt en los is gekomen van het beton).

In dit hoofdstuk worden de signalen meer in detail uitgewerkt en vergeleken met de resultaten van de seismic tube.

#### **Opmerking vooraf**

De palen zijn anders genummerd dan bij Deltares. Hierbij zijn gelukkig wel de palen 1 en 2 de dikke palen (450\*450) en de palen 3 en 4 de dunne palen (250\*250), zie Tabel 3.1

naam Brem	naam Deltares	afmeting [mm]
B1	D2	450
B2	D1	450
B3	D4	250
B4	D3	250

Tabel 3.1Nummering van de palen bij Brem en Deltares

#### 3.2 Gemeten signalen

Figuur 3.1 toont de resultaten van de SHSL meting op één diepte in alle vier de palen. De gestreepte lijnen gelden voor de dikke palen, de getrokken lijnen gelden voor de dunne palen. Volgens de handleiding is het signaal in Volt nadat de signaalwaarde vermenigvuldigd is met 5/(2048\*gain). De hoogte in de bestanden is de gemeten hoogte ten opzichte van de begin positie van de meting, waarbij de opnemer onderin de buis zit.



Figuur 3.1 Voorbeeld resultaat meting SHSL meting door Brem op één hoogte

Er lijkt een systematisch verschil in aankomsttijd te bestaan tussen de dikke paal en de dunne paal. Daarna treedt een redelijk hoogfrequente trilling op. De periode is ongeveer 5 tot 6 trillingen per 0.1 ms, dus T = 0.02 ms. Dit komt overeen met frequentie 50 kHz. De amplitude is niet duidelijk verschillend voor de twee paaldiktes.

#### 3.3 Vergelijking metingen

Figuur 3.2 laat een vergelijkbare figuur voor de Deltares metingen zien, waarin voor elke ontvanger in paal 1 en paal 3 het signaal vergeleken wordt. In Bijlage A zijn deze figuren voor een meting elke 10 cm getoond, voor zowel de palen 1 en 3 als de palen 1 en 2.

De afstand tussen de bron en de opnemer in de SHSL Chum-meetset was 40 cm. Dit betekent dat de locatie van de SHSL-opnemer tussen de opnemers 5 en 6 van de Seismic Tube zit.

De horizontale as in de figuren van de Deltares meting staat in seconden. In de opnemers 5 en 6 start het signaal op ongeveer  $0.3 \text{ ms} (3*10^{-4} \text{ s})$  en duurt tot ongeveer 0.6 ms. Na 0.3 ms is het signaal dus volledig gepasseerd. Er zijn ongeveer 8 cycli met duur 0.02 ms (d.w.z. 50 kHz).



Figuur 3.2 Resultaat voor alle ontvangers voor paal 1 en paal 3 vergeleken (seismic tube Deltares)

Vergelijking met Figuur 3.1 geeft aan dat dit signaal heel anders is. Het in de SHSL-meting gevonden signaal duurt bij de palen 1, 2 en 4 langer dan 0.3 ms en geeft direct de maximale amplitude. Het is ook niet gepasseerd na 0.3 ms. Het signaal in paal 3 van de SHSL-meetset wijkt hiervan af en lijkt meer op de meting van Deltares.

Vergelijking van alle metingen in Bijlage A suggereert dat er in de opnemers verder weg wel degelijk een verschil in signaal optreedt in de palen 1 en 3 terwijl dat in de palen 1 en 2 veel minder systematisch is. Opgemerkt wordt dat er in de palen 1 en 2 soms ook vergelijkbare verschillen optreden, maar deze lijken minder systematisch.

#### 3.4 Conclusie

Er is een aanzienlijk verschil tussen de gemeten signalen in de twee meetsets.

### 4 Twee-dimensionale afbeeldingen

In de SHSL plots die de apparatuur in gebruik bij Brem genereert worden standaard 2dimensionale figuren geproduceerd. Deze geven het teken van de waargenomen trillingen weer. Om de metingen beter vergelijkbaar te maken zijn vergelijkbare figuren getekend voor de metingen met de seismic tube. Er zijn twee methodes gebruikt: of het werkelijke signaal is als maat genomen, alleen het teken is als maat genomen. Dit is uitgevoerd voor de palen 1, 2 en 3 (Deltares nummer).

#### 4.1 Werkelijke signaal als maat

Opgemerkt wordt dat de horizontale tijd-as iets verschuift, zodat bij de diepere opnemers het magere signaal beter zichtbaar wordt. De paal en opnemer nummers staan steeds boven de figuren vermeld. De figuren zijn getekend op basis van de hoogte van het reflectie punt.

Deze figuren geven aan op welk tijdstip de sterkste trillingen passeren. Er blijkt weinig verschil te zijn tussen de palen 1 en 2 enerzijds en paal 3 anderzijds.











Figuur 4.1 Seismic tube metingen sterkte meetsignaal als functie van de tijd (horizontale as) en diepte (verticale as) voor alle opnemers. Elke figuur geeft drie palen weer, boven de figuur staat het opnemernummer achter de T (Transducer). De signalen zijn steeds op het maximum in het signaal genormeerd.

In deze presentatie-vorm zijn de verschillen tussen de palen klein en lijken ook niet systematisch te verschillen voor de dunne en de dikke paal. In de laatste twee opnemers (T7 en T8) lijkt wel dat de figuur voor paal 3 verschilt van de figuren voor de palen 1 en 2, doordat het geel gestreepte deel later arriveert (voor T8 is het na 0.6 ms voor paal 3 en na 0.55 ms voor de andere palen).

#### 4.2 Teken als maat

In deze paragraaf worden vergelijkbare figuren getoond, maar nu wordt alleen het teken getoond als dit significant van de nul afwijkt. De paal en opnemer nummers staan steeds boven de figuren vermeld. De figuren zijn getekend op basis van de hoogte van het reflectie punt.

In de figuren voor paal 3 en de hogere opnemernummers is duidelijk zichtbaar dat er in de metingen boven de 5.5 m iets afwijkends is.

Verder is er in deze figuren ook weer geen verschil zichtbaar tussen de dikke palen en de dunne paal.











Figuur 4.2 Seismic tube metingen teken meetsignaal als functie van de tijd (horizontale as) en diepte (verticale as) voor alle opnemers. Elke figuur geeft drie palen weer, boven de figuur staat het opnemernummer achter de T (Transducer). Het teken van de signalen is steeds weergegeven als dit boven een threshold waarde uit komt.

Ook in deze presentatie-vorm zijn de verschillen tussen de palen klein en lijken ook niet systematisch te verschillen voor de dunne en de dikke paal.

### 5 1-D simulatie van de golfuitbreiding onder de puls

#### 5.1 Introduction

The signal Ricker pulse is transformed to a longer wave train. This research tries to find out why.

An assumption by Noorland was that the reflections in the region around the tube generates this. The waves have to pass the oil, the plastic tube, the water, the plastic tube in the pile and then finally reaches the concrete.

#### 5.2 Properties

layer	layer	material	thickness	Bulk	density	P_wave	impedance
number				modulus			
			mm	MPa	kg/m3	m/s	Ns/m
1	oil	oil	4	200	900	471	0.42E+06
2	tube wall	soft PE (poly	3	316	920	586	0.54E+06
		etheen)					
3	water	water	2	500	1000	707	0.71E+06
4	pile tube	slagvast PVC	4	3302	1380	1547	2.13E+06
5	pile	concrete	223	40000	2400	4082	9.80E+06
6	soil	clay	inf	50	1600	177	0.28E+06

Table 5.1 shows the derived material properties

Table 5.1Properties for initial simulations

Derivations

plastic in wall of the seismic tube: soft PE plastic in tube in pile: hard PVC

For other materials, the stiffness is tuned on expected wave speed with given density. For both water and oil, I expect a higher stiffness (about a factor 4 higher).

Figure 5.1 shows the impedances of the materials graphically.



Figure 5.1 Impedance of materials in hole and pile

#### 5.3 Analysis of calculations

The system is modelled by the numerical program that has been used for the Deep Acoustic Check. This solves the 1D wave equation for a pile in the frequency domain. Now the friction along the shaft is small, but it cannot put to zero. In that case the damping is too small to use the frequency-based solution in the software. The Ricker wavelet had been added as possible loading option. The behavior in time was token from the measurement in the laboratory. The output of the velocity at the tube-concrete interface has been used as output.



Figure 5.2 Calculated particle velocity at oil interface and concrete interface

Figure 5.2 Shows the results. At top the response of the source-oil interface, at bottom the response of the water-concrete interface.

The wave propagation between the top and the deep receiver is visible. Instead of a pulselike signal, a quite long signal is calculated, that slowly diminishes. The particle velocity at the concrete is much lower than in the oil interface. This suggests that the waves are reflected against the concrete. This means that most energy reflects to the loaded area, where another reflection sends the energy back to the concrete again. This behavior explains the reason of the high number of waves observed in the measurements.

Compared with the original idea, it is not the high number of layers, but the high impedance jump between the concrete and the measurement system (including the water and oil) that



causes the reflections. In the calculation the difference between the impedances of the PVC plastic and water is a factor 3, but I expect a higher stiffness of the water and thus a smaller impedance change. The impedance change between the PVC and concrete is the highest, so at that interface the highest vibrations will occur.

By running some additional calculations with a homogeneous layer of 13 mm (all materials have the same stiffness and density) on a 1,223 m thick concrete block, shows a similar type of solution. Now higher harmonic vibrations are more clearly visible.

In reality the decay of the vibrations will be much faster, since this 1D model neglects all transport of energy parallel with the axis of the pile and the tube. However, due to the 1D modelling the phenomenon of wave reflection is elucidated.

The natural period of a bar that is free at the top and has a stiff support at the bottom is calculated from  $T_e = \frac{4L}{c}$ . If the main period in the excitation equals this value, I expect to see the strongest but also the longest signal in the concrete.

#### 5.4 Remark

In fact the behavior is a fundamental problem of the measurement system. The concrete is loaded by a system that has a much lower impedance than the concrete itself.

If a wave is transmitted from material 1 to material 2, the strength of the transmitted signal is

$$\frac{v_t}{v_i} = \frac{2Z_1}{(Z_1 + Z_2)}$$
(5.1)

Transmitted back to the same material leads to

$$\frac{v_{tt}}{v_i} = \frac{v_{tt}}{v_t} \frac{v_t}{v_i} = \frac{2Z_1}{(Z_1 + Z_2)} \frac{2Z_2}{(Z_1 + Z_2)} = \frac{2Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$
(5.2)

for the current case with  $Z_1 = Z_2/5$  this gives ~

$$\frac{v_{tt}}{v_i} \approx 0.27 \tag{5.3}$$

This means that a reduction of 73% is caused by the reflections, thus 27% of the amplitude reaches the receiver. This is reduced more by the other causes of damping.

#### 5.5 Conclusion

This study suggests that the additional frequencies in the receiver signals are generated by the interaction between the concrete and the layered materials between the source and the concrete.

### 6 2-D Eindige elementen modellering

#### 6.1 Inleiding

Om een eerste indicatie van de verschillen te krijgen zijn twee simulaties met Plaxis uitgevoerd. Overigens is Plaxis minder geschikt voor dit probleem omdat een aantal instellingen typisch afgesteld zijn op geotechnische toepassingen en niet op dit type hoogfrequente seismiek. Er is bijvoorbeeld geen materiaal demping ingevoerd, omdat deze bij de opgegeven frequentie altijd te groot wordt.

#### 6.2 Opzet berekening

Het betreft vlakke vervormingssituatie (plane strain), omdat bij een axiaal symmetrische simulatie het inbrengen van de belasting in Plaxis niet handig is.

Met Plaxis is het niet goed mogelijk de situatie rondom de bron en ontvangers in detail te beschrijven, de dikte van de aanwezige materialen is te laag. Het betreft hier de materialen olie in de seismic tube, de wand van de seismic tube, het water tussen de seismic tube en de buis en de buis zelf. Om de invloed van deze materialen in rekening te brengen wordt dit als één materiaal met de naam 'holte'gemodelleerd.

Er is een elementen model gemaakt met vier lagen:

- 1 holte, dit beschrijft de slang, de vloeistof en de buis in de paal;
- 2 beton voor de paal;
- 3 beton voor de dikke paal, grond voor de dunne paal;
- 4 grond;

Figuur 6.1 geeft de geometrie van het de berekening voor de situatie met een paal 250 mm. De bovenste dunne laag is de vulling in de holte, gemodelleerd als één laag. De tweede is de paal. De derde en vierde laag is de grond. De derde is gereserveerd voor paal bij de 450 mm paal. De schuine streep in de figuur heeft alleen betekenis voor de elementen verdeling, binnen deze zone (gezien vanaf de belasting) zijn veel fijnere elementen gebruikt. De belasting vanuit de bron is met de pijltjes weergegeven.



*Figuur 6.1 Plaxis geometrie van het probleem (situatie paal 250 mm)* 

Doordat laag drie in beide modellen bestaat is voor beide modellen het elementen net identiek. Ter plaatse van de belasting is een symmetrieas aangenomen, de grond randen hebben een transmissie element op de rand en de bovenrand is vrijgelaten. Dit laatste is niet helemaal juist, want dit zou ook een symmetrieas moeten zijn (namelijk de paal-as) en dan zou de verplaatsing in verticale richting nul moeten zijn. Dat geeft echter weer een extra complicatie bij de belasting, die formeel wat dieper moet aangrijpen.

Tabel 6.1 geeft de gebruikte materiaal eigenschapen. Voor het beton is de snelheid van de Pgolf 5072 m/s, voor het materiaal in de holte is deze 7237 m/s. Deze hoge waarde ontstaat doordat de olie en het water een hoge stijfheid en relatief lage dichtheid hebben. In hoofdstuk 7 wordt nagegaan wat de invloed van een veel lagere stijfheid in de holte is.

materiaal	bulkmodulus	schuifmodulus	vol. dichtheid	dikte	snelheid
	[GN/m <sup>2</sup> ]	[GN/m <sup>2</sup> ]	[kg/m³]	[mm]	[m/s]
holte	42.86	7.14	1000	25	7240
beton	44.44	16.67	2400	125 of 225	5270
grond	0.107	0.0179	1600	425 of 325	286

 Tabel 6.1
 Materiaaleigenschappen voor eindige elementenberekeningen

De belasting bestaat uit een (halve) sinus in de tijd met een duur van 0.01 ms. Dit komt overeen met een periode van 0.02 ms en dus een frequentie van 50 000 Hz. Daarna is de belasting nul. De belasting grijpt aan over een breedte van 0.04 m (4 cm).

#### 6.3 Resultaten van de berekeningen in paal 450 mm

Figuur 6.2 en Figuur 6.3 geven de absolute waarde van de trillingsnelheid op twee tijdstippen. Omdat de snelheid een vector is (een x- en een y-component heeft), kan dit soort plaatjes alleen worden getekend voor de absolute waarde. Er kan dus niet worden bepaald of de snelheid naar beneden of naar boven is gericht. Let hierbij op dat de schaal van de snelheden aanzienlijk verschilt.

De as van de paal loopt in deze figuren horizontaal, langs de bovenrand van het elementennet. De belasting staat links op de bovenrand. De linker rand is een symmetrie as.



Figuur 6.2 Absolute waarde van de trillingsnelheid in paal 450 mm op tijdstip 0.05 ms



Figuur 6.3 Absolute waarde van de trillingsnelheid in paal 450 mm op tijdstip 0.06 ms



Figuur 6.4 Absolute waarde van de trillingsnelheid in paal 450 mm op tijdstip 0.09 ms

Figuur 6.2 laat duidelijk zien dat er vanuit de belasting, die links boven staat, min of meer cirkelvormige golven uitstralen. Even later bereiken de golven de rand van de paal. Figuur 6.3 laat die situatie zien. Op de rand die reageert als vrij uiteinde, treden relatief grote snelheden op. Dat is het lichte gebied dat horizontaal (dus evenwijdig aan de paal as) in de figuur zichtbaar is.

Figuur 6.4 geeft het golfpatroon even later. In deze figuur zijn enerzijds de golven die van de bron weg lopen (cirkels die bol naar beneden zijn en het middelpunt ergens bij de bron hebben), maar anderzijds ook golven die van de reflectie aan de rand terugkomen (cirkels die dus bol naar boven zijn en het, overigens schijnbare, middelpunt dieper in het systeem hebben).

#### 6.4 Vergelijking berekende trillingen tussen de twee palen

Voor de locaties waar de eerste vier opnemers zitten, wordt de snelheid  $v_y$  (de snelheid loodrecht op de paal-as) voor de situatie met een paal van 250 mm en 450 mm vergeleken. Figuur 6.5 t/m Figuur 6.7



Figuur 6.5 Trillingssnelheid op 7,5 cm uit het hart van de belasting

#### 6.4.1 Algemene beeld

Het eerste dat opvalt is dat de trillingen ten gevolge van een enkele korte puls (halve sinus belasting) gedurende een lange tijd trillingen geven. Dit bevestigt dat het systeem duidelijk de neiging heeft om langer durende trillingen te genereren.

Een ander opvallend aspect is de lange duur van de trillingen, zeker in vergelijking met de metingen. Dit heeft waarschijnlijk te maken met het ontbreken van een passende materiaal demping, zie paragraaf 6.1. Deze langdurende trillingen worden juist door de materiaaldemping beïnvloed.

Dit aspect hangt mogelijk ook samen met de gebruikte geometrie. Een wezenlijk verschil tussen de werkelijke (axiaal symmetrische) geometrie en gebruikte vlakke vervorming geometrie is dat bij axiale symmetrie er een de Hoop spanning ontstaat, die veroorzaakt dat het elastisch materiaal na vervorming altijd terugveert naar de oorspronkelijke positie. In de toegepaste geometrie (vlakke vervorming) gebeurt dit niet.



Figuur 6.6 Trillingssnelheid op 22,5 cm uit het hart van de belasting

#### 6.4.2 Eerste opnemer

De eerste opnemer bevindt zich 0.075 m vanaf de bron. Figuur 6.5 toont het berekende signaal

De eerste 0.05 ms zijn de trillingen volledig onafhankelijk van de dikte van de paal. Dit is te verwachten. De snelheid van de P-golf is 4300 m/s, zodat bij de dunne paal de eerste reflectie pas na  $0.20/4300 = 0.047*10^{-3}$  s aankomt. Figuur 6.5 bevestigt dat er voor 0.05 ms geen verschil tussen de twee paaldiktes is. De golf die eerder zichtbaar is, is de golf die rechtstreeks langs van de bron naar de opnemer loopt.

Bij de dunne paal komt er na 0.05 ms een grote golf terug. Bij de dikke paal komt deze bijna tweemaal zo laat terug, wat te verwachten was bij een bijna tweemaal zo dikke paal. Dat deze golf relatief groot is kan worden verklaard uit het feit dat een drukbelasting op de rand is gezet, en deze zal vooral in de richting loodrecht op de rand een verplaatsing geven.

#### 6.4.3 Tweede opnemer

Figuur 6.6 toont de berekende trilling in de tweede opnemer op 0.225 m vanaf de bron.

Gedurende 0.03 ms is er rust. Het eerste signaal langs de paal as heeft dan 0.225-0.04 = 0.185 m afgelegd. Als de golfsnelheid 7000 m/s, wordt 0.026 ms verwacht. Dit komt gezien de nauwkeurigheid van de geschatte aankomsttijd redelijk overeen. Het verschil tussen de twee palen ontstaat pas na ontstaat 0.072 ms.



Figuur 6.7 Trillingssnelheid op 37,5 cm uit het hart van de belasting

#### 6.4.4 Overige opnemers

Figuur 6.7 en Figuur 6.8 tonen de trillingen op de afstand van opnemer 3 (37.5 cm) en 4 (52.5 cm).

Voor een punt wat verder weg is de afgelegde weg van de directe golven langer en is het tijdstip van golf aankomst ook later. De aankomsttijd van de gereflecteerde golven van de rand zijn iets minder gevoelig voor de afstand en het verschil tussen de dikke en de dunne paal neemt daardoor af. De figuren bevestigen dit beeld.



Figuur 6.8 Trillingssnelheid op 52,5 cm uit het hart van de belasting

#### 6.4.5 Oorzaak trillingen

Opvallend is de sterke trilling in de signalen. Deze kunne zijn ontstaan door de reflecties in de holte tegen de holtewand of door reflecties tegen de paalrand (waar de grond zit). In het eerste geval zijn zij onafhankelijk van de dikte van de paal, in het tweede geval zijn zij wel afhankelijk van de dikte van de paal.

Als de trillingen zijn ontstaan door de reflecties van de golven in de holte tegen de rand van de betonnen paal wordt de frequentie bepaald door de dikte en de golfsnelheid in de holte. De golfsnelheid van de P-golf in het materiaal in de holte is gekozen op 7000 m/s. De afgelegde weg is 25 mm, zodat de looptijd 0.0036 ms bedraagt. De bijbehorende trillingstijd wordt bepaald door viermaal deze waarde (vast uiteinde), dus 0.014 ms. Er gaan dan 6 golven in 0.1 ms, dit is één blok in de Figuur 6.5. Dit is lastig te zien, maar lijkt redelijk te kloppen.

De golven die reflecteren op ode paal-grond interface zijn lastiger. De looptijd wordt bepaald uit de som van de looptijden

$$\tau = \frac{r_{holte}}{c_{p,holte}} + \frac{r_{paal} - r_{holte}}{c_{p,paal}}$$
(6.1)

De extra term uit de paal wordt bepaald met de golfsnelheid 5300 m/s en geeft dan voor de paal 250 mm de extra looptijd 0.019 ms en voor de paal 450 mm de extra looptijd 0.038 ms.

De bijbehorende trillingstijd wordt bepaald door tweemaal deze waarde (vrij uiteinde), dus 0.038 ms voor de paal 250 mm en 0.076 ms voor de paal 450 mm. Dit komt overeen met 3 en 1,5 trilling per hokje in bovenstaande figuren.

Het lijkt erop dat deze trillingen ook optreden. Maar omdat er continue interferentie optreedt is dit minder goed zichtbaar. Deze interferentie is echter wel een verklaring voor het voortdurend wijzigen van de amplitude van de trillingen.

#### 6.5 Overwegingen voor interpretatie meetresultaat

De berekeningen zijn uitgevoerd om meer begrip te krijgen voor de resultaten. De verschillen tussen de metingen en de berekeningen zijn echter aanzienlijk, zodat het model nog niet kan worden opgevat als een nauwkeurige modellering van de situatie.

De veronderstelling dat het optreden van een aantal 'hoogfrequente' trillingen ontstaat door de reflecties tegen de binnenrand van het gat wordt door de eindige elementen berekening bevestigd. Als het verschil in impedantietussen de materialen in de holte en de paal groot is, zullen er veel reflecties op de overgang holte paal optreden en stroomt er weinig energie de paal in. De gereflecteerde golf, die in de holte terugloopt, veroorzaakt dan de vele trillingen in de opnemers.

Het is momenteel onduidelijk waarom ik de hoge stijfheid heb gekozen in de 2D simulatie. De looptijd in de 2-D simulatie is ongeveer 0.0038 ms, in de 1-D simulatie (hoofdstuk 5) was de looptijd ongeveer 0.019 ms, of te wel 5 maal zo hoog. Voor de stijfheid betekent dit een factor 25 te hoge stijfheid, en de impedantie is ook een factor 5 te hoog. In hoofdstuk 7 wordt hierop ingegaan.

Toch maakt deze studie inzichtelijk dat bij de interpretatie van seismische metingen gezocht moet gaan worden naar de afwijking op de plaats waar de reflecties zouden moeten zitten. Het voordeel van de seismic tube moet bestaan uit de situatie dat bij één bron er acht metingen bestaan. Of de alternatieve aanpak: de "common point method", waarbij uiteindelijk voor een punt langs de paalschacht 8 metingen zijn uitgevoerd met steeds een andere hoek van inval. Dit wordt voor de meting verder uitgewerkt in hoofdstuk 8.

Om dit verder uit te werken zijn de eindige elementen berekeningen wel geschikt. Hiertoe zou eerst de stijfheid van de vulling van de buis zover moeten worden verlaagd, dat de simulatie beter lijkt op de metingen. Daarna kan worden nagegaan wat de invloed van het verschil in paaldikte is en wat de invloed van een insnoering is voor een CMP-aanpak.

Een ander aspect dat enigszins verbaast is de geringe afname van berekende amplitudes, in vergelijking met de metingen. Mogelijk speelt het ontbreken van de materiaaldemping in de berekeningen hierbij een rol. Het lijkt erop dat Plaxis het niet toestaat een demping voor frequenties boven de 1000 Hz te genereren. Dit moet worden nagegaan.

### 7 Simulatie met een vijfmaal lagere stijfheid in de holte

In hoofdstuk 5 is geconstateerd dat de stijfheid van de vulling van de holte te hoog is gekozen. Dit hoofdstuk beoordeelt de simulatie voor een 25 keer lagere stijfheid van de holtevulling. De bulkmodulus en schuifmodulus zijn een factor 25 gereduceerd, zodat de dwarscontractiecoëfficiënt ongewijzigd is gebleven. De golfsnelheid c<sub>p</sub> van het materiaal in de holte is gereduceerd tot 1454 m/s.

Figuur 7.1 tot en met Figuur 7.4 geven de berekende snelheden als functie van de tijd in de punten op 7.5 cm, 22.5 cm, 37.5 cm en 52.5 cm. Dit zijn dezelfde punten als in de voorgaande paragraaf zijn bekeken.

Figuur 7.1 en Figuur 7.2 geven aan dat bij veel slappere eigenschappen van het materiaal in de holte de hoge herkenbare pieken niet meer optreden. Hiermee is het vermoeden uit de voorgaande paragraaf bevestigd.



Figuur 7.1 Snelheid op 7.5 cm vanaf de bron bij slap materiaal in de holte



Figuur 7.2 Snelheid op 22.5 cm vanaf de bron bij slap materiaal in de holte



Figuur 7.3 Snelheid op 37.5 cm vanaf de bron bij slap materiaal in de holte



Figuur 7.4 Snelheid op 52.5 cm vanaf de bron bij slap materiaal in de holte

Op het oog nemen de 'hoogfrequente' trillingen wel af in frequentie, maar wel minder dan verwacht. Een vijfmaal lagere golfsnelheid zou bij gelijke dikte toch een vijfmaal lagere frequentie moeten geven. De afname lijkt veel geringer, ongeveer 2/3 van de oorspronkelijke frequentie.

De belastingsfrequentie is bekend. Deze is 50 kHz, wat overeenkomt met een periode van  $0.02*10^{-3}$  s = 0.02 ms. Dit betekent 5 golven per 0.1 ms en dat is juist één schaaldeel in Figuur 7.2. Dat klopt vrij redelijk. Het lijkt erop dat deze trillingen worden bepaald door de overheersende frequentie in de belasting.

De metingen bij van 't Hek in Middenbeemster betreft palen die al twee jaar zijn uitgehard. Daardoor zullen zij een hoge stijfheid hebben. In de praktijk worden dit type metingen vaak voorzien op veel jongere palen. Dit lijkt gunstig te zijn voor de mogelijkheden van de interpretatie.

### 8 Seismische interpretatie

#### 8.1 Inleiding

In de seismiek worden dit type metingen ook gedaan, waarbij bijvoorbeeld een bron met een aantal opnemers boven de zeebodem wordt gesleept. De daarvoor beschikbare software is toegepast op de meetresultaten.

Deze interpretatie verondersteld dat er reflecties van een laagscheiding aanwezig zijn. Door verschillende metingen te combineren op een gemeenschappelijk reflectie punt kan de diepte van de laagscheiding worden bepaald. Dit is de zogenaamde Common Midpoint methode (CMP). Het programma Vista 2015 is toegepast. Deze uitwerking is gedaan door C. Mesdag van Deltares.

#### 8.2 Voorbeeld resultaat

Deze paragraaf geeft een eerste voorbeeld van de toepassing van deze CMP-methode. Figuur 8.1 tot en met Figuur 8.3 geven het resultaat voor een punt dat zich bevindt op de hoogte 52 maal 7.5 cm boven de start van de meting. Dit niveau is willekeurig gekozen. Het betreft de resultaten van steeds een andere opnemer en een andere bronbelasting, maar de golven die lopen van de bron via de paalwand naar de ontvanger reflecteren steeds in hetzelfde punt op de paalrand.



Figuur 8.1 CMP methode paal 1 met de eerste golf aankomst getekend



Figuur 8.2 CMP methode paal 1 met de tweede golf aankomst getekend



Figuur 8.3 CMP methode paal 1 met een refractie golf aankomst getekend

In Figuur 8.1 is de eerste aankomst geanalyseerd. Dit is een P-golf en wordt dan beschreven met een rechte lijn. Deze lijn wordt door Vista getekend en op het oog wordt de beste fit met de aankomsten bepaald. De gevonden golfsnelheid is 4514 m/s. Dit is een redelijke waarde voor beton in een prefab paal die al twee jaar oud is.

In Figuur 8.2 is de tweede golf getekend. Deze is bepaald door het programma op basis van het deel met de hoge amplitudes gegeven dat het een volume golf is, de golfsnelheid is dan constant. Deze lijn wordt door Vista getekend en op het oog wordt de beste fit met de aankomsttijden van de hogere golven bepaald. Een golfsnelheid van 2740 m/s gevonden.

De verhouding tussen snelheden van de P-golf en de S-golf hangt af van de dwarscontractiecoëfficient *v*. De relatie luidt

$$\frac{c_s}{c_p} = \sqrt{\frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}}$$
(8.1)

Voor v = 0.2 wordt gevonden 0.61, terwijl de analyse aangeeft 2740/4514 = 0.61. Dit komt goed overeen.

In Figuur 8.3 is een reflectiegolf getekend. Onder de aanname dat het een gereflecteerde golf betreft, is het verloop theoretisch een hyperbool. Deze curve wordt weer visueel geplaatst in de meting. De aankomsten bij de eerste ontvangers lijkt ook weer correct. Het programma geeft dan een snelheid van 2200 m/s en berekent een laagscheiding op afstand 31 cm. Deze 2200 m/s is de schijnbare snelheid tussen de meest nabije opnemer en de meest verwijderde opnemer.

#### 8.3 Evaluatie tube wave

In deze paragraaf wordt nagegaanof er mogelijk sprake van een tubewave is.

In hoofdstuk 2 in [3] is het gedrag van een tube wave theoretisch uitgewerkt op basis van een promotie onderzoek aan de TU Delft. In dat hoofdstuk wordt gevonden dat een vlakke Stoneley-wave op de beton-water interface niet kan bestaan, maar dat er wel een tube wave rondom een cirkelvormig gat kan ontstaan. Voor de in [3] gekozen parameters wordt bij een straal van het met water gevulde gat van 30 mm een golfsnelheid van ongeveer 1000 m/s gevonden. In de situatie in de situatie in Middenbeemster (dit rapport) is de golfsnelheid in het beton 20% hoger ( $c_p = 4600$  m/s versus 3700 m/s in [3]) en de gat diameter kleiner ( $R_{gat} = 25$  mm versus 30 mm in [3]). Deze beide leiden tot een hogere snelheid van de tube wave. Op basis van de resultaten in [3] lijkt deze invloed orde 25%. Als deze twee aspecten worden meegenomen zal de golfsnelheid hoger worden, mogelijk 1300 m/s. Dit geeft aan dat het beter beschouwen van deze golf zeker relevant kan zijn voor deze geometrie .

De analyse in [3] geeft aan dat dit type golf dispersief is, waardoor de golfsnelheid van een pulsvormige belastingen afhankelijk is van de duur van de puls (eigenlijk de frequentieinhoud). Voor de beschouwde frequentie (50 kHz) is de indringingsdiepte van de tubewave in het beton enkele centimeters. Dat is zeer beperkt. Uitgaande van een golfsnelheid van 1000 m/s en de frequentie 50 kHZ is de golflengte 0.02 m (= 2 cm). Voor een lagere frequentie neemt dit toe, tot orde 10 tot 15 cm bij frequentie 5 kHz.. Het is dus niet te verwachten dat de tube wave informatie bevat over de dikte van de paal.

#### 8.4 Vergelijking stack paal 1 en paal 3

Figuur 8.4 toont de volledige seismische interpretatie van de metingen in paal 1 en paal 3. Op de horizontale as staat de diepte uitgezet, op de verticale as staat de tijd uitgezet. De tijdas wijst naar beneden. De figuren zijn zo geplaatst dat de metingen op gelijke diepte recht boven elkaar staan. De meting in paal 3 is kortere lengte i.v.m. het uitvallen van de apparatuur.



Figuur 8.4 Volledige stack van paal 1 en paal 3

De figuren zijn heel homogeen in horizontale richting, wat aangeeft dat er geen discontinuïteiten zichtbaar zijn. De figuren zijn erg identiek. Er is geen duidelijke reflectie van de rand van de paal in deze signalen zichtbaar. Dat geeft aan dat het verschil tussen een dikke en een dunne (vierkante) paal niet eenvoudig te vinden is.

Ervaring met seismisch onderzoek in onder andere een spoorbaan tracé laat zien dat sterke reflectoren of verandering van de diepte van reflectoren zichtbaar zijn in dit soort figuren, zie bijvoorbeeld [4]. In [3] is getoond dat bij duidelijke reflecties er zeer kenmerkende patronen ontstaan, die mogelijk ook in de praktijk bij afwijkende paaldikte zichtbaar kunnen worden.

#### 8.5 Conclusie

De seismische interpretatie lijkt een goede aanpak om de resultaten te beoordelen. De rechtstreekse volume golven en de (dispersieve) tube wave zijn vermoedelijk de overheersende golftypes. Deze bevatten veel informatie over de golfsnelheid (d.w.z. de betonkwaliteit) maar geen informatie over de dikte van de paal. De informatie over de dikte is veel kleiner en lijkt verzopen te zijn in de overige golven.

### 9 Conclusies en afsluiting

#### 9.1 Conclusies

Bij de vierkante palen worden er geen significante signaal verschillen tussen de dunne en de dikke palen geconstateerd. In de commissie bijeenkomst is al geconstateerd dat moet worden gecontroleerd of dit ook voor ronde palen geldt.

De verschillen tussen de SHSL-meting door Brem en de Seismic tube meting door Deltares tonen een groot aantal verschillen die nader moeten worden bekeken. De ruwe signalen verschillen al in grote mate.

De met de Seismic tube gemeten signalen in de opnemers 6, 7 en 8, dus op grotere afstand van de bron, geven bij paal 3 een significante systematische afwijking. Dezelfde vergelijking tussen de palen 1 en 2 geeft minder verschillen, die vooral minder systematisch zijn. Dit suggereert dat de verschillen pas in opnemers verder weg zichtbaar worden. Dit sluit aan bij het idee dat de directe golven (P-, S- en tube-waves) dan voorbij zijn en er nog wel golven passeren die aan de rand worden gereflecteerd.

De 1-D berekeningen bevestigen het vermoeden dat de trillingstrein ontstaat door de reflecties op de overgang tussen het relatief slappe materiaal in de holte en de stijve beton.

De 2-D berekeningen bevestigen dit resultaat. Doordat de stijfheid van het materiaal in de holte relatief hoog gekozen is in de 2-D berekeningen, zijn in deze berekeningen de reflecties van de buitenrand van de paal wel zichtbaar. Er is aangetoond dat bij een lagere stijfheid dit effect inderdaad wegvalt. Toepassing op jonge palen lijkt daarom betere kansen te hebben dan op oudere palen waarin het beton een hogere stijfheid zal hebben. Dit sluit aan bij de praktijk toepassing, waarbij kort na oplevering de kwaliteit van een paal bepaald moet zijn.

Tube waves in de paal rondom het gat kunnen waarschijnlijk wel optreden. Deze hebben een lage snelheid (orde 1000-1500 m/s) en zullen dus zichtbaar worden in de opnemers. De hoge frequentie maakt dat de golflengte te kort is om informatie over de dikte van de paal te bevatten.

De seismische interpretatie biedt mogelijk kansen als er verschillen in diameter aanwezig zijn.

#### 9.2 Ideeën voor vervolg

Uit de huidige studie is gebleken dat de element grootte belangrijk is: deze moeten aanzienlijk kleiner zijn dan Plaxis suggereert: de fijnheid van de elementen moet ongeveer 5 maal hoger zijn. De tijdstap moet ook kleiner worden gekozen.

Vermoedelijk kan er beter naar een axiaal symmetrische berekening worden overgegaan. Daarin moeten de ontvangers dan stuk voor stuk worden gemodelleerd als relatief stijve elementen met de juiste afmetingen. De belasting kan niet op de symmetrieas worden gezet, maar op de straal van de bron elementen, desnoods verder weg. In de huidige berekeningen is gebruik gemaakt van een halve sinus in de tijd voor de belasting, in werkelijkheid is het een Ricker-wavelet. Dit kan worden geprogrammeerd in Plaxis.



Het lijkt een zinvolle mogelijkheid om in de numerieke beschrijving ook een insnoering te kunnen modelleren. Dan kan er worden nagegaan welke invloed dat heeft en hoe deze uit een meting kan worden opgehaald.

Een andere benadering is het toepassen van een inverse seismische analyse. Dit is een redelijk standaardtechniek die in de geologie wordt gebruikt om op basis van golfvoortplantingsproeven de gelaagdheid en de eigenschappen van de lagen in de bodem te bepalen. Hierbij moet wel worden aangetekend dat deze interpretatie een uitdaging is als de toplaag heel slap is, omdat de trillingen uit deze laag groot zijn ten opzichte van de reflecties uit de stijvere onderlaag. Een bijkomend aspect is de andere geometrie van het probleem:

- Bij een seismische toepassing wordt uitgegaan van een puntvormige bron in of op een halfruimte, waarbij de gemeten golfvoortplanting evenwijdig aan maaiveld is.
- Bij de toepassing in de paal is de meting in de diepte, terwijl de golfvoortplanting ook in die richting is. Het seismische model wordt dan in richting van de paal-as uitgewerkt, maar er wordt geen rekening gehouden met de reflecties op de (ronde) paalrand.

Het herhaald uitvoeren van de meting op verschillende tijdstippen in het verhardingsproces in een paal met jonge beton is een goede mogelijkheid om de invloed van betonkwaliteit op de resultaten (diameter/vorm van de paal) te toetsen. Dit is belangrijke informatie voor de praktische toepassingsmogelijkheden van de Seismic Tube

### Referenties

- [1] Bezooijen, M., e-mail uitwisseling 11 januari 2019
- [2] Bezooijen, M., factual report SLSL metingen 1 Middenbeemster, rapport Brem 25 mei 2018 (geen kenmerk)
- [3] Hölscher, P., Evaluation modelling, Single hole sonic logging, Rapport Deltares kenmerk 1202249-003-geo-0003, september 2011
- [4] Hölscher., P., Delft Cluster onderzoek bij Gouda Goverwelle
- [5] Hölscher., P., Smeulers, F.M., Meting testpalen van 't Hek, Rapport Deltares kenmerk 1221134-001-BGS-0006, juni 2018
- [6] Piletest, CHUM Cross hole ultrasonic monitor, user manual, https://www.piletest.com/CHUM\_User\_Manual/, bezocht 15 januari 2019

### A Vergelijking Palen metingen Deltares

In deze appendix worden voor een aantal dieptes (op 10\*7.5 = 75 cm) de signalen in de palen 1 en 2 en de palen 1 en 3 onderling vergeleken. Alleen de dieptes waarin in paal 3 een betrouwbare meting zijn bekeken.

De dieptes hoeven niet volledig identiek te zijn, i.v.m. de beschikbare tijd is de diepste meting als uitgangspunt gekozen en daar steeds 10 metingen hoger gekozen.



1221134-000-BGS-0010, Versie 0.3, 5 februari 2019, concept

A.1 Paal 1 en Paal 3

2

-2

0.5

0

-0.5

0.5

0

-0.5

0.2

2

-2

0.5

-0.5

0.5

0

-0.5

0.2

0

-0.2

0



2

0

-2

0.5

-0.5

0.5

-0.5

0.2

-0.2

0

2

0

-2

0.5

-0.5

0.5

-0.5

0.2

-0.2

0

0

0

0

0

2

2

2

2

2

2

2

2





1 0

-1

-2

0.5

-0.5

0.5

-0.5

0.2

-0.2

0

2

0

-2

0.5

-0.5

0.5

-0.5

0.2

-0.2

0

0

0

0

0







#### A.2 Paal 1 en paal 2



2

0

-2

0.4 0.2 0 -0.2 -0.4

2

2





1

1

-1





