

Opdrachtgever:

Rijkswaterstaat, RIZA

Eddy Viscositeit in WAQUA modellen van Rijntakken en Maas

Rapport

maart 2005



Opdrachtgever:

Rijkswaterstaat, RIZA

Eddy Viscositeit in WAQUA modellen van Rijntakken en Maas

R.E. Uittenbogaard, C. Stolker, E.D. de Goede, J.A.Th.M. van Kester,
H.R.A. Jagers (WL | Delft Hydraulics) en J.H.A. Wijbenga (HKV LIJN IN
WATER)

Rapport

maart 2005

Inhoud

Lijst van Symbolen

1	Inleiding	1—1
1.1	Achtergrond.....	1—1
1.2	Aanpak.....	1—2
1.3	Projectteam	1—3
2	Horizontale viscositeitstermen in WAQUA	2—1
2.1	Inleiding.....	2—1
2.2	Mathematisch-fysische beschrijving	2—1
2.2.1	Vergelijkingen	2—2
2.3	Numerieke implementatie	2—3
2.3.1	Plaatsdiscretisatie.....	2—3
2.3.2	Tijdsintegratie	2—6
2.3.3	Diversen	2—6
2.4	Keuze van viscositeitscoëfficiënt in modeltoepassingen	2—7
3	Beschrijving Reynolds-gemiddelde 2D ondiepwater vergelijkingen.....	3—1
3.1	Inleiding.....	3—1
3.2	Reynoldsmiddeling en dieptemiddeling	3—1
3.3	Het sluiten van de Reynoldsvergelijkingen.....	3—3
3.4	Verbetering door ruimtelijke beschrijving van de turbulente en diffusieve bijdragen.....	3—5
3.4.1	Kleinschalige turbulente wervels	3—5
3.4.2	Quasi-2D turbulentie en dispersie	3—6
3.4.3	Conclusie.....	3—8
3.5	Horizontal Large Eddy Simulation	3—8
4	Analyse laterale impulsuitwisseling in WAQUA modellen	4—1

4.1	Inleiding.....	4—1
4.2	Analysemiddelen.....	4—1
4.3	Analyse locaties.....	4—2
4.4	Ruimtelijke verdeling van de eddy viscositeit	4—3
5	Advies toe te passen constante Eddy Viscositeit	5—1
5.1	Inleiding.....	5—1
5.2	Recept bepaling constante Eddy Viscositeit.....	5—1
5.3	Constante Eddy Viscositeit voor het WAQUA model van de Rijntakken.....	5—2
5.4	Constante Eddy Viscositeit voor het WAQUA model van de Maas	5—6
6	Conclusies en aanbevelingen	6—1
6.1	Conclusies	6—1
6.2	Aanbevelingen.....	6—2
Bijlagen:		
A	Beschrijving HLES (Horizontal Large Eddy Simulation).....	A—1
B	Figuren.....	B—1

Lijst van Symbolen

Lijst van Symbolen	Eenheid	Omschrijving
B	1/s	Bodemschuifspanningsparameter
C	$m^{1/2}/s$	Chézy-coëfficiënt
c_{hor}	-	evenredigheidsconstante
d	m	bodemligging t.o.v. referentie
dxh	-	dimensieloze roostergrootte
f	1/s	Coriolis parameter
f_{ip}	-	filterparameter / laagdoorlaatfiltercoëfficiënt
g	m/s^2	gravitatieversnelling
$g_{\xi\xi}, g_{\eta\eta}$	-	transformatie-coëfficiënten van het Cartesiaanse coördinatenstelsel (x,y) naar het orthogonale kromlijnjige systeem (ξ, η)
H	m	waterdiepte
k	m^2/s^2	dieptegemiddelde kinetische energie
k_s	1/m	golfgetal
L_{hor}	m	mengweglengte
$L_{\delta u}$	m	aanpassingslengte v/h snelheidsveld
m, n	-	roostercoördinaten
$N_{\delta u}$	-	aanpassingslengte v/h snelheidsveld op het rooster
p^{2D}	Watt/kg	kinetische energie van 2D-turbulente wervels
S, S'	1/s	reksnelheid, snelheidsverschil per m^1 [m/s·m]
T, t, τ	s	tijd
T_{xx}, T_{xy}, T_{yy}	m^2/s^2	Reynolds schuifspanning
U, V	m/s	dieptegemiddelde snelheid in m,n richting
u, v	m/s	snelheidscomponenten in m,n richting
u', v'	m/s	turbulente fluctuatie van de snelheid t.o.v. gemiddelde
\bar{u}, \bar{v}	m/s	Reynoldsgemiddelde (ensamblegemiddelde) van de u,v, snelheidscomponenten
\underline{U}	m/s	dieptegemiddelde snelheid
u_*	m/s	bodemschuifspanningssnelheid
x,y	m	horizontale richtingen
z	m	verticale richting
α, β	-	factoren
Δ		Laplace operator
Δt	s	tijdstap
$\Delta x, \Delta y$	m	afmetingen roostercel in x en y richting
ε	m	dieptegemiddelde energiedissipatie

Lijst van Symbolen	Eenheid	Omschrijving
γ	-	parameter in vergelijking voor dieptegemiddelde eddy viscositeit
κ	-	Von Kàrmàn constante ($\approx 0,4$)
σ_T	-	Prandtl-Schmidt turbulentiegetal
τ_{wind}	N/m	schuifspanning aan het wateroppervlak
τ_{bodem}	N/m	schuifspanning aan het bodemoppervlak
ρ, ρ_0	kg/m ³	dichtheid water
V_{in}	m ² /s	gebruikte constante eddy viscositeit in WAQUA
V_T	m ² /s	eddy viscositeit
$\overline{V_T^{(3D)}}, \overline{V_T^{(2D)}}$	m ² /s	eddy viscositeit voor resp. 3D of 2D turbulentie of volumegemiddelde eddy viscositeit
ζ	m	waterstand t.o.v. horizontaal referentievlak
ξ, η	-	horizontale curvilineaire coördinaten
θ_u, θ_v	-	snelheidsprofielfuncties, afwijkingsfactoren
$\langle \dots \rangle$	-	ensamble middeling

I Inleiding

I.1 Achtergrond

Bij simulaties van de dieptegemiddelde waterbeweging in rivieren worden de turbulente schuifspanningen in WAQUA benaderd door een formulering met een constante eddy viscositeit. Indien watermassa's met een verschillende snelheid met elkaar in contact staan, dan vindt er een impulstransport plaats in de richting van de traagste massa (Ogink, 1985). De grootte van deze eddy viscositeitscoëfficiënt heeft binnen WAQUA invloed op de laterale uitwisseling van impuls en derhalve op de berekende waterstanden en de afvoerverdeling tussen zomer- en winterbed. Voor een schatting van de waarde voor de eddy viscositeit wordt voor de huidige WAQUA modellen gebruik gemaakt van meetgegevens van de IJssel en literatuuronderzoek, zoals dat van Ogink (1985). Voor de grote rivieren in Nederland wordt een eddy viscositeit aanbevolen van $0,5 \text{ [m}^2/\text{s]}$ à $1,5 \text{ [m}^2/\text{s]}$. De invloed van de eddy viscositeit op de evenwichtswaterstanden in de grote rivieren blijft, bij variaties binnen deze range, beperkt tot gemiddeld enkele cm's.

Nieuwe WAQUA modellen van de grote rivieren maken gebruik van een fijner rekenrooster. Deze modellen zullen worden gebruikt bij de bepaling van de Hydraulische Randvoorwaarden 2006 (HR2006). Eerste testberekeningen, waarin de waarde van de eddy viscositeit is gehandhaafd, laten veranderingen zien in de berekende waterstanden ten opzichte van berekeningen op het oudere en grovere rekenrooster. De vraag is derhalve of de waarde van $\nu = 0,5 \text{ [m}^2/\text{s]}$ op dit rooster nog voldoet. Daarenboven blijkt deze waarde op dit moment nog onvoldoende onderbouwd. Voor de nieuw modellen met fijnere rekenroosters moet daarom opnieuw een keuze worden gemaakt voor de in te stellen waarde van de eddy viscositeit.

Voor het bepalen van de invloed van de constante eddy viscositeitscoëfficiënt zijn testberekeningen uitgevoerd, voor de afzonderlijke Rijntakken Waal, IJssel en Neder-Rijn/lek en voor de hoogwaterafvoer van 1995 (piekafvoer circa $12.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$ bij Lobith). Hiervoor zijn gelijke modelinstellingen toegepast maar zijn de eddy viscositeitscoëfficiënten gevarieerd tussen $\nu = 0,25 \text{ [m}^2/\text{s]}$, $\nu = 0,50 \text{ [m}^2/\text{s]}$ en $\nu = 1,0 \text{ [m}^2/\text{s]}$. De betreffende simulaties laten verschillen in berekende waterstanden zien tot orde 8 cm, zie ook Tabel 1-1 (Michels, 2004).

Tabel 1-1 Berekende waterstandsveranderingen Rijntakken door wijziging Eddy Viscositeitscoëfficiënt

riviertak	waterstandsverandering t.o.v. $\nu = 0,50 \text{ [m}^2/\text{s]}$	
	$\nu = 0,25 \text{ [m}^2/\text{s]}$	$\nu = 1,0 \text{ [m}^2/\text{s]}$
Waal	-1 – -6 cm	+3 – +6 cm
Neder-Rijn / Lek	-1 – -5 cm	+3 – +8 cm
IJssel	-2 – -5 cm	+3 – +8 cm

Uit de tabel blijkt dat het verhogen van de eddy viscositeit de waterstanden doet toenemen en het verlagen van de eddy viscositeit juist leidt tot lagere waterstanden. Uit Michels (2004) blijkt dat de kleinste onderlinge waterstandsverschillen optreden bij sommige grote uiterwaarden of uiterwaarden die snel meestromen. Hierbij speelt ongetwijfeld het geringere snelheidsverschil tussen zomer- en winterbed een rol die de invloed van de eddy viscositeitscoëfficiënt verkleint (geringere laterale uitwisseling van impuls). Bovendien neemt het waterstandsverschil extra toe bij bruggen en vernauwingen, zoals bij de bocht bij Nijmegen. Bij dynamische testberekeningen had de eddy viscositeit verder invloed op de afvoerverdeling, vorm van de hoogwatergolf en op de invloed van de doorwerking van de benedenstroomse randvoorwaarden.

Opgemerkt wordt dat enkele cm's misschien beperkt lijkt, maar dat de waarden groot zijn als bedacht wordt dat deze waarden tijdens kalibratie moet worden gecompenseerd met slechts de ruwheid van het zomerbed.

Om bij kalibratie van de nieuwe WAQUA modellen ten behoeve van Hydraulische Randvoorwaarden 2006 met een juiste uitgangssituatie te beginnen is middels brief d.d. 29-7-2004 (offertenummer: RIA2004/187) gevraagd een procedure op te stellen om bij toekomstige roosterveranderingen tot een objectieve vaststelling van de waarde van de eddy viscositeit te komen. In overleg met de opdrachtgever is deze vraag teruggebracht naar de vraag advies te geven over de grootte van de te gebruiken constante eddy viscositeit.

1.2 Aanpak

Het onderzoek is verdeeld in vier activiteiten:

Activiteit 1 (hoofdstuk 2): Beschrijving horizontale viscositeitstermen in WAQUA.

Op dit moment kan er in WAQUA alleen een constante viscositeitscoëfficiënt worden opgegeven. Hoofdstuk 2 beschrijft de wijze, waarop de horizontale viscositeitstermen op dit moment mathematisch-fysisch in WAQUA aanwezig zijn, de wijze, waarop dit numeriek is geïmplementeerd en hoe deze viscositeitscoëfficiënt hierin terugkomt. De consequenties voor de tijdstap en de invloed van bijvoorbeeld de maaswijdte van het rooster worden besproken. Met deze activiteit wordt bovendien gecontroleerd of de viscositeitscoëfficiënt (nog) op de juiste locatie in de huidige code aanwezig is.

Activiteit 2 (hoofdstuk 3): Beschrijving Reynoldsgemiddelde ondiepwatervergelijkingen

Hoofdstuk 3 geeft een beschrijving van de Reynolds-gemiddelde 2D ondiepwatervergelijkingen. Dit vormt de basis voor de uitleg van de begrippen: 2D- en 3D turbulentie, “subgrid” model en Horizontal Large Eddy Simulation (HLES). Deze begrippen hebben betrekking op de (lengte)schalen, waarop turbulenties in rivieren voorkomen en de manier, waarop ze worden gemodelleerd; door ze daadwerkelijk op het rekenrooster uit te rekenen dan wel door hun effect mee te nemen in de berekening. Ook zal worden uitgelegd waar de horizontale eddy viscositeitscoëfficiënt in een numeriek model door wordt bepaald c.q. afhankelijk van is. Tevens worden adviezen gegeven in welke richting(en) WAQUA uitgebreid kan worden om de laterale uitwisseling van impuls nauwkeuriger te kunnen modelleren.

Activiteit 3 (hoofdstuk 4): Analyse laterale impulsuitwisseling in WAQUA modellen

Voor het WAQUA Rijntakkenmodel, waarvoor zowel het nieuwe fijne rekenrooster als het oude grovere rekenrooster beschikbaar is, zal in hoofdstuk 4 worden bepaald waar laterale uitwisseling van impuls belangrijk is. Dit geschiedt o.a. op basis van analyse van de optredende afschuifsnelheden. Bovendien wordt nagegaan of, gezien de nieuwe maaswijdtes, een alternatieve modellering van de turbulentie effecten verstandig is. Daarnaast wordt kort ingegaan op het WAQUA model van de Maas, waar echter nog geen fijn rekenrooster voor beschikbaar is.

Activiteit 4 (hoofdstuk 5): Advies toe te passen Eddy Viscositeit

Dit hoofdstuk geeft advies over de toe te passen waarde van de constante eddy viscositeitscoëfficiënt voor de nieuwe WAQUA modellen. Gedurende het project bleken hiervoor aanvullende berekeningen en werkzaamheden vereist. Hiervoor is na offertevraag (RIA 2005/002) opdracht verleend (opdrachtnummer: 805008). Toe te passen constante eddy viscositeiten worden gepresenteerd voor de nieuwe WAQUA modellen van de Rijntakken bij 16.000 [m³/s] en 12000 [m³/s] bij Lobith en voor de Maas met een afvoer van 3.800 [m³/s] nabij Borgharen. Bovendien presenteert hoofdstuk 5 de constante eddy viscositeiten voor 20 trajecten binnen het Rijntakkenmodel.

Dit rapport sluit af met samenvattende conclusies en aanbevelingen in hoofdstuk 6.

1.3 Projectteam

Opdrachtgever van de studie is Rijkswaterstaat RIZA (contactpersonen: Mw. ing. C. Michels en ir. D. Beyer). Het project is gezamenlijk uitgevoerd door HKV LJN IN WATER en WL | Delft Hydraulics. Van de kant van HKV LJN IN WATER trad op ir. J.H.A. Wijbenga (projectleider), die tevens zorg droeg voor communicatie met de opdrachtgever. Van de kant van WL | Delft Hydraulics waren betrokken: ir. C. Stolker (projectleider WL), dr. ir. R.E. Uittenbogaard, ir. J.A.Th.M. van Kester, dr. E.D. de Goede en dr. ir. H.R.A. Jagers.

2 Horizontale viscositeitstermen in WAQUA

2.1 Inleiding

Dit hoofdstuk beschrijft de wijze waarop de horizontale viscositeitsterm in WAQUA wordt gebruikt. Allereerst wordt ingegaan op de mathematisch-fysische beschrijving (zie paragraaf 2.2). Paragraaf 2.3 geeft vervolgens de numerieke implementatie. Paragraaf 2.4 behandelt ten slotte hoe in een WAQUA modeltoepassing tot een keuze gekomen kan worden voor de waarde van de horizontale viscositeitscoëfficiënt.

2.2 Mathematisch-fysische beschrijving

Startpunt voor de WAQUA ondiepwatervergelijkingen (of 2D lange golven vergelijkingen) zijn de Reynoldsgemiddelde, tijdsafhankelijke incompressibele (onsamendrukbare) Navier-Stokes vergelijkingen (zie ook Hoofdstuk 3). Hierin zijn lokale en convectieve versnellingstermen in evenwicht met een aantal (interne en externe) krachten, te weten gravitatie, Coriolis en wrijving. Naast wrijving, die optreedt aan het vrije wateroppervlak (wind) en aan de bodem, worden door de ensemblemiddeling van de Navier-Stokes vergelijkingen (Reynoldsmiddeling) extra schuifspanningen geïntroduceerd, de zogenaamde Reynoldsspanningen, die turbulente effecten in rekening brengt. WAQUA maakt voor het oplossen hiervan gebruik van het eddy viscositeitsconcept. Dit concept beschrijft de Reynoldsspanningen als het product van de stromingafhankelijke eddy viscositeitscoëfficiënt en de gemiddelde deformatiegraad (ook wel uitgedrukt in gradiënt in gemiddelde snelheid). Dit noemen we in het vervolg de viscositeitsterm. Aangezien de vergelijkingen dieptegemiddeld zijn wordt binnen WAQUA gesproken over de horizontale eddy viscositeitscoëfficiënt (ν_T).

In Paragraaf 3.2 (Reynoldsmiddeling en dieptemiddeling) zal uiteengezet worden hoe en in welke volgorde middelingen zijn uitgevoerd, om van de incompressibele Navier-Stokes vergelijkingen uit te komen op de conceptuele (dieptegemiddelde) vergelijkingen die in WAQUA worden toegepast.

De viscositeitscoëfficiënt wordt toegepast om o.a. turbulente schuifspanningen mee in rekening te brengen. In het algemeen wordt de horizontale viscositeitscoëfficiënt verondersteld evenredig te zijn met een zogeheten *snelheidsschaal* en een zogeheten *lengteschaal*. In turbulentiemodellen wordt deze *snelheidsschaal* en *lengteschaal* volgens een bepaald concept gemodelleerd. Omdat hiervoor veel mogelijkheden zijn, zijn er ook veel verschillende turbulentiemodellen.

Zoals hiervoor al vermeld modelleert WAQUA de *dieptegemiddelde* ondiepwatervergelijkingen. Een belangrijke eigenschap van de horizontale viscositeitscoëfficiënt ν_T in WAQUA is dat *aangenomen wordt dat de horizontale viscositeitscoëfficiënt constant is in de plaats en in de tijd*. Dit betekent dat:

- *niet-uniforme snelheidsprofielen in de verticaal*;
 - *niet-uniforme snelheidsprofielen in de horizontaal* (denk bijv. aan gekromde stromingen rondom een havendam, of in een rivierbocht); en
 - *in de tijd variërende snelheidsprofielen*
- in WAQUA gemodelleerd worden met (slechts) één (constante) viscositeitscoëfficiënt.

2.2.1 Vergelijkingen

Deze paragraaf beschrijft de horizontale viscositeitsterm, zoals die in de bewegingsvergelijkingen van WAQUA wordt toegepast.

Voor de volledigheid herhalen we de (conceptuele) bewegingsvergelijkingen in WAQUA:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + fV + \Delta U + \frac{\tau_{wind,x} - \tau_{bodem,x}}{\rho_0 H} \quad (2.1a)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - fU + \Delta V + \frac{\tau_{wind,y} - \tau_{bodem,y}}{\rho_0 H} \quad (2.1b)$$

Voor de andere vergelijkingen (continuïteitsvergelijking en transportvergelijking) verwijzen we naar (Rijkswaterstaat, 1998).

De horizontale viscositeitsterm ΔU en ΔV worden hierna nader uitgewerkt waarbij we dezelfde notatie gebruiken als in de “Gebruikershandleiding WAQUA”.

Voor bijvoorbeeld de u-impulsvergelijking wordt de horizontale viscositeitsterm in WAQUA geschreven als

$$\Delta U = \nu_T \frac{\partial F^1}{\partial x} - \nu_T \frac{\partial F^2}{\partial y} \quad (2.2)$$

met:

$$F^1 = \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) \text{ en } F^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (2.3a)$$

In Vgl. (2.2) is duidelijk te zien dat de horizontale viscositeitscoëfficiënt ν_T voor de plaatsafgeleiden staat, dit is geoorloofd wanneer ν_T plaatsafhankelijk is.

Merk op dat substitutie van Vgl. (2.3a) in Vgl. (2.2) de afgeleiden van de V-snelheidscomponent zogenaamde kruistermen geven, d.w.z. gecombineerde afgeleiden in x- en y-richting. Deze afgeleiden van de v-component in de x- en y-richting in de u-vergelijking, en op een gestaggerd rooster zijn lastige numerieke operaties. Na substitutie en differentiëren is echter te zien dat deze kruistermen in principe wegvallen.

In paragraaf 2.3.3. kan echter worden gelezen dat de kruistermen in WAQUA optioneel kunnen worden aangezet. Waarschijnlijk zijn de kruistermen in Vgl. (2.2) en (2.3) gehandhaafd bij de ontwikkeling van kromlijnige roosters in WAQUA, omdat in een dergelijk geval de kruistermen niet tegen elkaar wegvallen door de lokaal variërende roosterkrommingen. De kruistermen zijn echter klein ten opzichte van de weerstand en de convectieve termen, waardoor verwaarlozing van de kruistermen legitiem lijkt. Overigens speelt hierbij de vraag of termen *verwaarloosd* mogen worden, of dat de numerieke oplossingen van termen *benaderend* mogen worden geschreven (via discretisaties). Uit de bestaande documentatie en uit gesprekken met betrokkenen van Rijkswaterstaat is dit niet precies duidelijk geworden.

Vlag voor de kruistermen

In WAQUA bestaat dus de optie deze zogeheten kruistermen te verwaarlozen en dan wordt

$$F^1 = \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) \text{ en } F^2 = \left(- \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (2.3b)$$

toegepast voor de U-vergelijking en kan Vgl. (2.2) herschreven worden tot de “gewone” Laplace operator

$$\Delta U = \nu_T \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] \quad (2.4a)$$

Voor de bewegingsvergelijking in y-richting is een analoge afleiding mogelijk, wat resulteert in:

$$\Delta V = \nu_T \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right] \quad (2.4b)$$

De numerieke implementatie in WAQUA maakt ook gebruik van deze opsplitsing (vergelijk (2.3a) met (2.3b) en zie ook paragraaf 2.3.3).

2.3 Numerieke implementatie

Deze paragraaf behandelt numerieke discretisatie voor horizontale viscositeitsterm zoals dat in WAQUA geschiedt. Hierbij maken we onderscheid tussen de plaats- en de tijdsintegratie.

2.3.1 Plaatsdiscretisatie

Na transformatie naar een orthogonaal curvi-lineaire coördinatenstelsel wijzigt de horizontale viscositeitsterm Vgl. (2.2) in:

$$\Delta U = \frac{\nu_T}{\sqrt{g_{\xi\xi}}} \frac{\partial F^1}{\partial \xi} - \frac{\nu_T}{\sqrt{g_{\eta\eta}}} \frac{\partial F^2}{\partial \eta} \quad (2.5a)$$

en Vgl (2.3a) in:

$$F^1 = \frac{1}{\sqrt{g_*}} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} (U \sqrt{g_{\eta\eta}}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (V \sqrt{g_{\xi\xi}}) \right) \quad (2.5b)$$

$$F^1 = \frac{1}{\sqrt{g_*}} \left(\frac{\partial}{\partial \xi} (V \sqrt{g_{\eta\eta}}) - \frac{\partial}{\partial \eta} (U \sqrt{g_{\xi\xi}}) \right) \quad (2.5c)$$

Voor de discretisatie van de horizontale viscositeitsterm ΔU worden in WAQUA centrale differenties toegepast. De discretisatie van F^1 in Vgl. (2.5b) in de waterstandspunten met coördinaat (m,n) wordt gegeven door $F_{m,n}^1$:

$$F_{m,n}^1 \approx \frac{I}{(\sqrt{g_{\xi\xi}})_{m,n}^\eta (\sqrt{g_{\eta\eta}})_{m,n}^\xi} \left[\frac{U_{m,n}(\sqrt{g_{\eta\eta}})_{m,n} - U_{m-1,n}(\sqrt{g_{\eta\eta}})_{m-1,n}}{\Delta \xi} + \frac{V_{m,n}(\sqrt{g_{\xi\xi}})_{m,n} - V_{m,n-1}(\sqrt{g_{\xi\xi}})_{m,n-1}}{\Delta \eta} \right] \quad (2.6a)$$

en de discretisatie van F^2 in het dieptepunt met coördinaat (m,n) wordt gegeven door $F_{m,n}^2$:

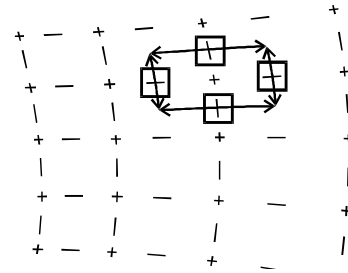
$$F_{m,n}^2 \approx \frac{I}{(\sqrt{g_{\xi\xi}})_{m,n}^\xi (\sqrt{g_{\eta\eta}})_{m,n}^\eta} \left[\frac{V_{m+1,n}(\sqrt{g_{\eta\eta}})_{m+1,n}^\xi - V_{m,n}(\sqrt{g_{\eta\eta}})_{m,n}^\xi}{\Delta \xi} - \frac{U_{m,n+1}(\sqrt{g_{\xi\xi}})_{m,n+1}^\eta - U_{m,n}(\sqrt{g_{\xi\xi}})_{m,n}^\eta}{\Delta \eta} \right] \quad (2.6b)$$

Opgemerkt wordt F^1 en F^2 als individuele term niet centraal zijn gedifferentieerd, maar dat de centrale differentie juist tot uiting komt in de totale term ΔU (zie Vgl.(2.5a)). Het feit dat F^1 in een waterstandspunt wordt gediscetiseerd en F^2 in een dieptepunt vindt zijn grondslag in (nabije) positie ten opzichte van de centrale snelheidspunten.

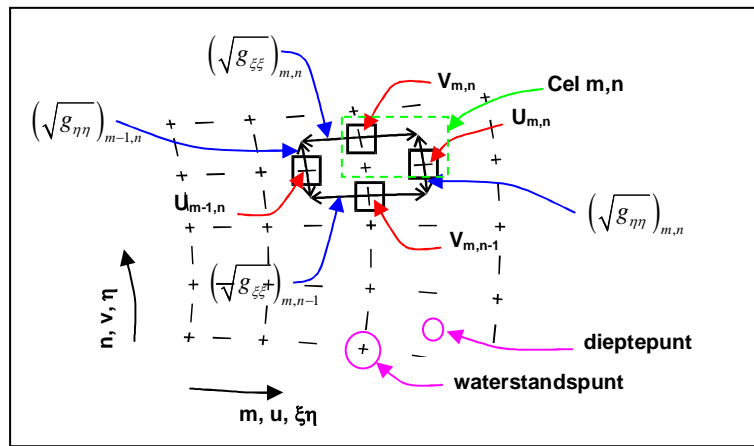
In bovenstaande discretisaties is de notatie uit de WAQUA gebruikershandleiding gebruikt. Voor een beschrijving van de gehanteerde notatie, en dan met name voor de roostertermen (de g's in de vergelijkingen), verwijzen we naar dat document zie (Rijkswaterstaat, 1998).

Schematisch gezien ziet de ruimtelijke discretisatie er als volgt uit, waarbij de "cirkel" het betreffende roosterpunt representeert, een "vierkant" de andere roosterpunten, die in de discretisatie gebruikt worden en een horizontaal of verticaal "pijlte" de gebruikte roosterafstanden:

de plaatsdiscretisatie van $F_{m,n}^1$ in Vgl. (2.6a)

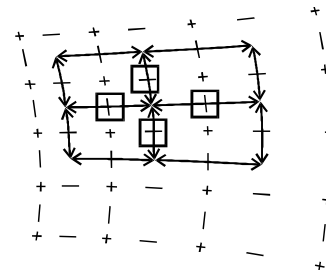


Ter verduidelijking worden voor deze discretisatie in onderstaand figuur de verschillende componenten van Vgl. (2.6a) aangewezen.

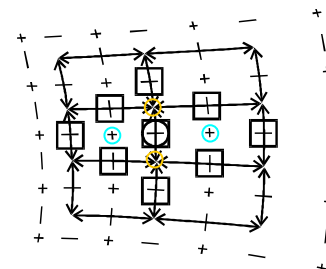


De plaatsdiscretisatie van $F_{m,n}^2$ in Vgl. (2.6b).

Merk op dat hier voor $\sqrt{g_{\xi\xi}}$ en $\sqrt{g_{\eta\eta}}$ middelingen van een aantal omliggende roosterafstanden wordt toegepast.



En de (totale) Laplace operator $v_T \Delta U$ in Vgl. (2.5a):
 (○ = F^1 in waterstandspunt, ○ = F^2 in dieptepunt)



In de laatste figuur is te zien dat er vijf punten voor de U-component gebruikt worden (zie de horizontale streepjes in de vierkantjes) en dat er vier punten voor de V-component gebruikt worden (zie de verticale streepjes in de vierkantjes).

Voor de volledigheid wordt opgemerkt dat bovenstaande discretisaties en figuren betrekking hebben op de impulsvergelijking voor de U-snelheidscomponent. Voor de V-component zijn de discretisaties en figuren in vergelijkbare vorm.

2.3.2 Tijdsintegratie

De tijdsintegratie van de horizontale viscositeitsterm in WAQUA vindt volledig expliciet plaats. Dit betekent dat er een tijdstapbeperking geldt in WAQUA voor de horizontale viscositeitsterm:

$$\Delta t \leq \frac{1}{\nu_T} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)^{-1/2} \quad (2.6)$$

Als de maaswijdte in x- en y-richting bijvoorbeeld 10 m is en $\nu_T = 1$ [m²/s], dan is de maximale tijdstap ongeveer 50 sec. Vgl. (2.6) geeft overigens aan dat hoe kleiner de horizontale viscositeitscoëfficiënt ν_T des te groter de maximaal (stabiele) tijdstap is.

2.3.3 Diversen

WAQUA houdt bij de discretisatie van de horizontale viscositeitsterm *rekening met schotjes*. Als er een schotje staat, dan wordt dat gedeelte in de discretisatie van de viscositeit op nul gezet. Dit kan bijvoorbeeld betekenen dat de bijdrage van F^1 in x- of y-richting (zie Vgl. (2.3a-b)) gelijk aan nul is. In andere bewoordingen betekent dit dat de discretisatie van de horizontale viscositeitsterm tijdelijke of permanente schotjes opmerkt. Bij het op nul zetten van F^1 wordt zijwandwrijving verwaarloosd.

Bij de introductie van parallel rekenen voor WAQUA gaf in rivierenmodellen de kruisterm lokaal aanleiding tot verschillen in de waterstand van soms wel orde 10 cm (in geval van schotjes in de dwarsrichting). Derhalve is toentertijd besloten kruistermen alleen als optie aan te bieden in WAQUA.

In WAQUA wordt in *eerste instantie de “gewone” Laplace operator gediscrètiseerd*, wat betekent dat de kruistermen verwaarloosd worden. Dit geldt ook voor kromlijnige roosters. Opgemerkt wordt dat op basis van de conceptuele vergelijkingen geconcludeerd kan worden dat kruistermen bij een rechthoekig rooster niet van toepassing zijn.

Met behulp van het key word CROSS_DERIV in de SIMINP file, kunnen door de gebruiker de kruistermen aangezet worden. Dat biedt de gebruikers de mogelijkheid de kruistermen aan te zetten (om andere modelresultaten te voorkomen), of om de term uit te zetten (in geval van numerieke problemen ten gevolge van de kruisterm). In het algemeen wordt afgeraden de kruistermen te gebruiken, vanwege (numerieke) problemen die geconstateerd zijn met deze termen. In WAQUA export 2004-01 zijn de kruistermen overigens reeds verwijderd (mondelinge melding van de opdrachtgever).

In WAQUA en TRIWAQ is de discretisatie van de horizontale viscositeitsterm “identiek”, waarbij we voor het gemak negeren dat in WAQUA dieptegemiddelde snelheden en in TRIWAQ laaggemiddelde snelheden gebruikt worden. Met andere woorden, alles wat in deze paragraaf over WAQUA is geschreven, zoals de tijdstapbeperking, is ook voor TRIWAQ van toepassing.

Tot slot wordt vermeld dat in TRIWAQ vereenvoudigingen zijn toegepast ten gevolge van de σ -transformatie in de verticale richting. Het toepassen van de σ -transformatie leidt tot allerlei kruistermen, die o.a. afhangen van de bodemgradiënt. Deze termen worden verwaarloosd.

2.4 Keuze van viscositeitscoëfficiënt in modeltoepassingen

In de WAQUA modeltoepassingen representeert de horizontale viscositeitscoëfficiënt in principe de volgende drie effecten:

1. de laminaire schuifspanning, die in het algemeen klein is (10^{-6} [m^2/s]);
2. de turbulente schuifspanning, die gemodelleerd wordt volgens de zogeheten Boussinesq benadering (bijv. in de orde van 10^{-1} - 10^{-2} [m^2/s]); en
3. de dispersieve schuifspanning, die kan variëren van 10^1 tot 10^{-6} [m^2/s].

Voor een gedetailleerde beschrijving van deze drie effecten verwijzen we naar (Rijkswaterstaat, 1987). Verder wordt in modeltoepassingen de horizontale viscositeitscoëfficiënt ook gebruikt voor het compenseren van grootschalige schuifspanningseffecten die niet in het model worden meegenomen.

Dit betekent dat bij de bepaling van de waarde van de horizontale viscositeitscoëfficiënt in WAQUA modellen in het algemeen vier effecten moeten worden “meegenomen”. Daarenboven is deze coëfficiënt in WAQUA constant in de plaats (zowel horizontaal als in de verticaal) en in de tijd, wat inhoudt dat op de één of andere wijze ook met dit effect rekening moet worden gehouden.

Voor de niet-uniforme snelheidsprofielen in de verticaal en in de horizontaal kunnen aanleiding geven tot horizontale viscositeitscoëfficiënten die in de plaats variëren. Het verschil tussen de dieptegemiddelde snelheid en de snelheid op een (willekeurige) positie in de verticaal kan groot zijn in bijvoorbeeld een rivierbocht of rondom een havendam. In dergelijke gevallen wordt een meer geavanceerde aanpak voor de horizontale viscositeitsterm aanbevolen. De volgende hoofdstukken van dit rapport gaan hier in meer detail op in.

3 Beschrijving Reynolds-gemiddelde 2D ondiepwater vergelijkingen

3.1 Inleiding

Dit hoofdstuk presenteert resultaten van de afleiding van de Reynolds-gemiddelde ondiepwatervergelijkingen, die aan WAQUA ten grondslag liggen. De afleiding zelf vergt te veel stappen om hier te presenteren, maar we omschrijven wel de procedure en veronderstellingen. Voor de overwegingen bij de formulering van de Reynolds-gemiddelde vergelijkingen verwijzen we naar de eerste hoofdstukken in (Uittenbogaard et al., 1992). Vervolgens gaat dit hoofdstuk verder met een beschouwing op welke wijze de Reynolds-gemiddelde ondiepwatervergelijkingen kunnen worden verbeterd met betrekking tot de viscositeits- c.q. turbulentiemodellering, bijvoorbeeld via HLES.

3.2 Reynoldsmiddeling en dieptemiddeling

Bij hogere Reynoldsgetallen wordt het stelsel Navier-Stokes vergelijkingen instabiel waaruit turbulentie ontstaat. Om hiermee om te gaan wordt Reynoldsmiddeling toegepast waarbij als het ware een splitsing wordt aangebracht tussen een Reynoldsgemiddelde \bar{u} en een (turbulente) afwijking u' .

De formele definitie van Reynolds-gemiddelde is gebaseerd op experimenten met dezelfde randvoorwaarden die oneindig vaak worden herhaald. Vervolgens wordt op elk tijdstip en locatie van een stromingsgrootte het gemiddelde berekend over alle experimenten. Hieruit volgt ook de afwijking van deze grootte per experiment ten opzichte van het gemiddelde, waaruit tevens correlaties met andere grootheden, bijvoorbeeld tussen twee snelheidscomponenten, af te leiden zijn. Dit is de formele aanpak die ensemble-middelen wordt genoemd. Praktische gezien is deze echter onuitvoerbaar.

Voor stationaire processen helpt het beginsel van ergodiciteit, wat er op neer komt dat in plaats van het herhalen van de experimenten er één experiment wordt beschouwd met stationaire randvoorwaarden. Vervolgens wordt per locatie het gemiddelde als tijdsgemiddelde aangemerkt. Ook die aanpak gaat formeel in tegen de wens van onze stromingsproblemen, aangezien we in oppervlaktewateren door getijden, wind en/of variërende afvoeren géén stationaire randvoorwaarden hebben. Echter, de tijdschaal van deze variaties is veelal orden groter dan die van de wervelingen (turbulente fluctuaties). Dit laatste biedt de mogelijkheid om een Reynolds-gemiddelde te benaderen als een gemiddelde over een voldoende lang tijdsinterval T . Ook hieraan kleeft een bezwaar omdat binnen dit tijdsinterval de niet-stationaire stroming ook bijdraagt aan afwijkingen rond dat gemiddelde, die niet mogen worden verward met de turbulente fluctuaties. Ten slotte is ook hiervoor een verbetering mogelijk door in plaats van de tijdsgemiddelde de lineaire regressie (trend) over het tijdsinterval als referentie te nemen voor de turbulente fluctuaties, waarom heen dan de turbulente fluctuaties schommelen. Die laatste stap voeren we hierna niet uit, in de

veronderstelling dat de tijdschalen van de niet-stationaire stroming inderdaad orden groter zijn dan die van de turbulentie. Uiteraard geldt dit zeker voor de WAQUA simulaties met stationaire randvoorwaarden.

Op basis hiervan luidt de benadering voor de Reynoldsgemiddelde van bijvoorbeeld de u-snelheidscomponent als volgt:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} u(x, y, z, \tau) d\tau \quad (3.1a)$$

en de turbulente fluctuatie t.o.v. dit gemiddelde:

$$u' = u(x, y, z, t) - \bar{u}(x, y, z, t) \quad (3.1b)$$

Vervolgens noteren we de dieptegemiddelde snelheid, te weten het gemiddelde over de lokale waterdiepte $H(x, y, t)$, in hoofdletters:

$$U(x, y, t) \equiv \langle \bar{u} \rangle_H = \frac{1}{H} \int_{-d}^{\zeta} \bar{u}(x, y, z, t) dz \quad (3.1c)$$

en we definiëren de afwijking θ_u van het verticale profiel van de horizontale snelheidscomponent u als:

$$\bar{u}(x, y, z, t) = \{1 + \theta_u(x, y, z, t)\} U(x, y, t) \quad (3.1d)$$

waarin geldt dat de over de diepte gemiddelde afwijking $\langle \theta_u \rangle_H = 0$.

Al deze definities worden toegepast op de Navier-Stokes vergelijkingen voor een incompressibel veronderstelde vloeistof. De te maken stappen luiden als volgt:

1. De Reynolds-middeling Vgl. (3.1a+b) van de 3D Navier-Stokes vergelijkingen geeft de 3D Reynolds-gemiddelde impulsvergelijkingen.
2. De verticale verdeling van de druk wordt als hydrostatisch benaderd waardoor de 3D Reynolds-gemiddelde vergelijkingen overgaan in de twee horizontale impulsvergelijkingen, de zg. ondiepwatervergelijkingen.
3. Vervolgens passen we dieptemiddeling toe op deze ondiepwatervergelijkingen en dat levert de (2D) dieptegemiddelde én Reynolds-gemiddelde impulsvergelijkingen op waarop WAQUA in principe is gebaseerd.

Bij de eerste stap verwaarlozen we a-priori de bijdrage van de moleculaire viscositeit, omdat we stromingen met zeer grote Reynoldsgetallen beschouwen. Echter, de bijdrage van de moleculaire viscositeit kan zonder bezwaar bij die van de turbulentie worden opgeteld. Hieruit volgen de onderstaande dieptegemiddelde benaderingen voor de Reynoldsgemiddelde vergelijkingen voor stromingen zonder dichtheidsverschillen. Voor deze conceptuele beschouwing geven we de vergelijkingen in Cartesische coördinaten, zie ook Vgl. (2.1):

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + fV + \frac{1}{H} \frac{\partial HT_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial HT_{xy}}{\partial y} + \frac{\tau_{wind,x} - \tau_{bodex}}{\rho H} \quad (3.2a)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} - fU + \frac{1}{H} \frac{\partial HT_{xy}}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial HT_{yy}}{\partial y} + \frac{\tau_{wind,y} - \tau_{bodem,y}}{\rho H} \quad (3.2b)$$

waarin:

$$T_{xx} = -\left\langle \overline{u'^2} \right\rangle_H - \left\{ \left\langle \overline{u^2} \right\rangle_H - U^2 \right\} \quad (3.3a)$$

$$T_{yy} = -\left\langle \overline{v'^2} \right\rangle_H - \left\{ \left\langle \overline{v^2} \right\rangle_H - V^2 \right\} \quad (3.3b)$$

$$T_{xy} = -\left\langle \overline{u'v'} \right\rangle_H - \left\{ \left\langle \overline{uv} \right\rangle_H - UV \right\} \quad (3.3c)$$

De eerste termen in elk rechterlid van Vgl. (3.3) is de dieptegemiddelde bijdrage (zie de $\langle \dots \rangle$ operator in Vgl. (3.1c)) van de Reynolds normaal- en schuifspanningen (zie Vgl. (3.1a^{a+b})). Merk op dat de overgestreepte grootheden *tijds-gemiddelden* zijn van kwadraten of producten van snelheidscomponenten en dat deze een dieptegemiddelde ($\langle \dots \rangle$ operatie) waarde kunnen hebben die groter dan of ongelijk aan nul is. De laatste termen, tussen accolades, zijn de zg. dispersietermen door afwijkingen van de verticale profielen t.o.v. de dieptegemiddelde (U,V). De termen T_{xx} en T_{xy} zijn vergelijkbaar met normaal- en schuifspanningen die werken over de lokale waterdiepte H (nb. het product ρHT_{xy} is een kracht per horizontale lengte-eenheid). Hun ruimtelijke verschillen kunnen aanleiding zijn tot een onbalans die een netto kracht (per massa-eenheid en per oppervlakte-eenheid) veroorzaakt en die weerstand kan bieden aan het verhang of een versnelling van de stroming kan veroorzaken. Merk op dat wanneer bijvoorbeeld T_{xy} constant is maar H ruimtelijk varieert er ook verschillen in krachten over verticale doorsneden ontstaan die een netto kracht geven.

De turbulentiebijdrage aan de schuifspanning T_{xy} kan invloed hebben op het stroombeeld langs dijken en kaden. De huidige randvoorwaarde, die stelt dat er geen zijwandwrijving is, (zie ook hoofdstuk 2), kan bij voldoende fijne roosters een bescheiden rol gaan spelen. Bij grove roosters zal bij dijken en kaden de bodemwrijving op ondiep water echter domineren.

Een essentieel probleem is het uitdrukken van de onbekende dieptegemiddelde correlaties in Vgl. (3.3) in bekende stromingsgrootheden, teneinde het stelsel Vgl. (3.2), samen met de continuïteitsvergelijking te “sluiten” en te kunnen oplossen. De procedure om tot een dergelijke sluiting te komen wordt hierna kort toegelicht.

3.3 Het sluiten van de Reynoldsvergelijkingen

De bijdragen van dispersie in Vgl. (3.3) zijn formeel met Vgl. (3.1d) in de diepte- en Reynoldsgemiddelde snelheidscomponenten (U,V) uit te drukken als:

$$\left\langle \overline{u^2} \right\rangle_H = \left\{ 1 + \left\langle \theta_u^2 \right\rangle_H \right\} U^2 \quad (3.4a)$$

$$\left\langle \overline{v^2} \right\rangle_H = \left\{ 1 + \left\langle \theta_v^2 \right\rangle_H \right\} V^2 \quad (3.4b)$$

$$\langle \bar{u} \bar{v} \rangle_H = \{1 + \langle \theta_u \theta_v \rangle_H\} UV \quad (3.4c)$$

waarbij uiteraard de verticale-profiel-functies θ_u en θ_v de onbekende dispersietermen vervangen. Deze vervanging van onbekenden heeft nut omdat voor de verticale-profiel functies wel redelijke veronderstellingen gemaakt kunnen worden, zoals die volgen uit logaritmische snelheidsprofielen voor \bar{u} en \bar{v} . Echter, bij schuine aanstroming van diepe geulen wordt de veronderstelling van een logaritmisch profiel wel twijfelachtig. Een oplossing hiervoor is het uitvoeren van drie-dimensionale berekeningen, dan wel de functies θ_u en θ_v te kalibreren aan driedimensionale detailberekeningen.

Voor de bijdragen ten gevolge van turbulentie wordt veelal het probleem gesloten door de invoering van een positieve eddy viscositeit ν_T , de zg. Boussinesq hypothese. Overigens, is voor deze laatste veronderstelling een redelijke fysische grondslag te vinden, met name voor grenslaagstromingen zonder grote kromming van de gemiddelde stroomlijnen. De eddy viscositeit is een stromingsafhankelijke grootheid die het netto effect van turbulente wervels weergeeft (nl. door verdisconteren van ruimtelijke verschillen in de gemiddelde impuls van de stroming, analoog aan de veel zwakkere moleculaire impulsuitwisseling). De onbekende correlaties in Vgl. (3.3) worden met deze eddy viscositeit en de Boussinesq hypothese uitgedrukt in (U,V) volgens:

$$-\langle \bar{u}^2 \rangle_H = 2\nu_T \frac{\partial U}{\partial x} \quad (3.5a)$$

$$-\langle \bar{v}^2 \rangle_H = 2\nu_T \frac{\partial V}{\partial y} \quad (3.5b)$$

$$-\langle \bar{u} \bar{v} \rangle_H = \nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (3.5c)$$

Substitutie van Vgl. (3.4) en Vgl. (3.5) in Vgl. (3.3) geeft de som van turbulentie en dispersieve bijdragen:

$$T_{xx} = 2\nu_T \frac{\partial U}{\partial x} - \langle \theta_u^2 \rangle_H U^2 \quad (3.6a)$$

$$T_{yy} = 2\nu_T \frac{\partial V}{\partial y} - \langle \theta_v^2 \rangle_H V^2 \quad (3.6b)$$

$$T_{xy} = \nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) - \langle \theta_u \theta_v \rangle_H UV \quad (3.6c)$$

Merk op dat de dispersieve bijdragen worden uitgedrukt in de snelheidscomponenten en de turbulentie bijdragen in de gradiënten, of preciezer geformuleerd in de reksnelheden van de Reynolds-gemiddelde en dieptegemiddelde snelheid.

In het verleden is dit onderscheid wel doorgevoerd door de dispersieve bijdragen ten gevolge van de ruimtelijke afgeleiden van T_{xx} , T_{yy} en T_{xy} als bijdragen aan de advectieve termen in de linkerleden van Vgl. (3.2) te verwerken, zodat deze dan voor de U-vergelijking luidt:

$$(1 + \alpha) U \frac{\partial U}{\partial x} + (1 + \beta) V \frac{\partial U}{\partial y} \quad (3.7)$$

met factoren α en β afhankelijk van de ruimtelijke afgeleiden van de verticale-profiel functies θ_u en θ_v . Deze aanpak is kennelijk, om onbekende redenen, toch weer losgelaten in WAQUA, waardoor de dispersieve effecten via de eddy viscositeit V_T moeten worden meegenomen

3.4 Verbetering door ruimtelijke beschrijving van de turbulente en diffusieve bijdragen

In recente literatuur, ook met betrekking tot WAQUA, worden de dispersieve bijdragen via een formulering voor eddy viscositeit in rekening gebracht of gedacht. Daardoor worden de dispersieve termen in Vgl. (3.6) niet verder meegenomen. Om een model te ontwikkelen voor deze eddy viscositeit moeten dus formeel drie bijdragen vertegenwoordigd zijn, nl. de dieptegemiddelde bijdragen van:

1. kleinschalige turbulente wervels, met een drie-dimensionaal karakter, ruwweg begrensd door orde grootte de waterdiepte. Kortweg 3D turbulentie genoemd;
2. grootschalige horizontale turbulente wervelingen, met een tweedimensionaal karakter, met de waterdiepte als ruwe ondergrens. Kortweg *quasi*-2D turbulentie genoemd, waarbij *quasi* betrekking heeft op de notie dat de horizontale wervelingen wel over de waterdiepte kunnen variëren o.a. door demping van de bodemwrijving;
3. de dispersieve bijdragen, zoals al hiervoor besproken.

Deze bijdragen worden hieronder verder behandeld.

3.4.1 Kleinschalige turbulente wervels

De eerste bijdrage wordt veelal verkregen uit de dieptegemiddelde van een parabolisch profiel van de eddy viscositeit $V_T^{(3D)}$ voor een logaritmischesnelheidsprofiel. Dit geeft de volgende zg. Elder formulering:

$$\bar{V}_T^{(3D)} = \frac{1}{6} \kappa u_* H \quad (3.8)$$

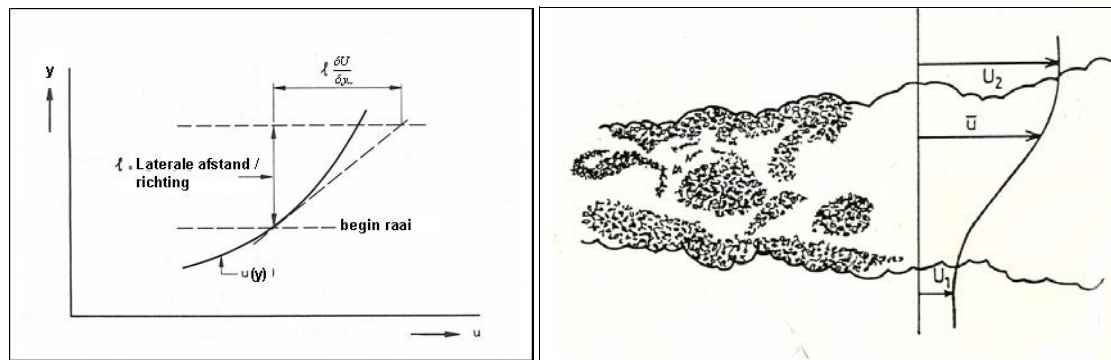
waarbij $\kappa \approx 0,40$ de zg. Von Kármán constante is en u_* de bodemschuifspanningsnelheid die volgt uit de dieptegemiddelde snelheidsmagnitude en de gegeven bodemruwheidscoëfficiënt (zoals die van Chézy). Deze laatste moet alleen de werkelijke bodemschuifspanning representeren en niet overige verliezen door sub-grid processen, zoals energieverlies na overlaten e.d..

3.4.2 Quasi-2D turbulentie en dispersie

De bijdragen van quasi-2D turbulentie en van dispersie worden samengevat in de eddy viscositeit $\bar{v}_T^{(2D)}$ die veelal groter en zelfs orden groter kan zijn dan $\bar{v}_T^{(3D)}$. In tegenstelling tot de vele goed onderzochte turbulentiemodellen voor $v_T^{(3D)}$ zijn modellen voor $\bar{v}_T^{(2D)}$ minder talrijk en minder getoetst. De laatste horen tot de categorie van turbulentiemodellen voor zg. *compound-channel flows*, d.w.z. stroming in een recht kanaal met een in lengterichting constante dwarsdoorsnede bestaande uit een diep en een ondiep gedeelte. Hierover is zeker de nodige literatuur beschikbaar.

De beschikbare en praktisch bruikbare turbulentiemodellen voor $\bar{v}_T^{(2D)}$ zijn gebaseerd op het mengweg principe (zie ter illustratie ook Figuur 3.1):

$$\bar{v}_T^{(2D)} = c_{hor} L_{hor} \Delta U \quad (3.9)$$



Figuur 3.1. Illustratie van de menglaag / mengweglengte (links, bron: Jansen et.al. 1979; rechts, bron: Booij, 1992)

D.w.z., $\bar{v}_T^{(2D)}$ is evenredig met een kenmerkende lengteschaal L_{hor} , de zg. mengweglengte voor horizontale wervels en het kenmerkende (positieve) snelheidsverschil ΔU . Er is dan ten minste één onbekende nl. het product van de evenredigheidsconstante c_{hor} en L_{hor} . Voor L_{hor} wordt een empirische schatting gemaakt, die is gericht op de belangrijkste locatie waar laterale impulsoverdracht optreedt, nl. bij de laterale diepteovergangen. Op deze overgangen ontstaat een zg. horizontale menglaag, waarover een deel van de impuls van de snellere stroming in het diepe deel aan de tragere stroming in het ondiepe deel wordt overgedragen.

De breedte van de menglaag wordt vaak gedefinieerd als de laterale afstand, waarover 90% van snelheidsverschil ΔU optreedt. Het probleem is de breedte voor deze menglaag te schatten want de lengteschaal L_{hor} wordt hiermee vaak evenredig gesteld. Ogink (1985) herkende dit aspect wat leidde tot verbeteringen in modellen voor de afvoerverdeling tussen diepe en ondiepe secties van een raai. In deze zg. algebraïsche aanpak wordt de mengweglengte L_{hor} vaak gerelateerd aan de verschillen in diepte van diepe en ondiepe secties.

Verder is in Vgl. (3.9) het snelheidsverschil ΔU betrokken op de breedte van de menglaag. Zelfs in simulaties voor eenvoudige compound-channel flow is het zoeken naar de afstand waarover 90% van het snelheidsverschil ΔU optreedt, over een vooraf onbekend aantal rekencellen, een wiskundige operatie die niet past in de oplosmethoden van de stroming. Voor beide schattingen is namelijk ruimtelijke informatie van de bodem en/of het (te berekenen) snelheidsveld nodig en deze wiskundige (zoek-)operaties leiden onzes inziens tot complicaties bij toepassing in de complexe geometrie en stroombeelden van bijvoorbeeld het Rijntakken model.

Beter zou een model voor $\bar{v}_T^{(2D)}$ kunnen worden toegepast dat is gebaseerd op lokale informatie, d.w.z. van het betreffende rekencel en de direct aangrenzende cellen. Die administratie is beschikbaar in eindige-differentiemodellen zoals WAQUA. Een daarvoor geschikt alternatief voor het schatten van $\bar{v}_T^{(2D)}$ is deze te baseren op de (lokale) laterale afgeleide $\partial U/\partial y$ van de stroomsnelheid U in x-richting:

$$\bar{v}_T^{(2D)} = c_{hor} L_{hor}^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (3.10)$$

Deze uitdrukking is analoog (3.9) met $\Delta U = L_{hor} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|$.

of de volgende generalisatie voor willekeurige oriëntatie van de stroming en zijn ruimtelijke afgeleiden:

$$\bar{v}_T^{(2D)} = c_{hor} L_{hor}^2 S \quad (3.11a)$$

met

$$S^2 = 2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \quad (3.11b)$$

Voor een parallelle stroming met constante snelheid U in x-richting maar met een profiel in y-richting gaat Vgl. (3.11) over in Vgl. (3.10). We noemen S een kenmerkende maat voor de snelheid, waarmee in het horizontale vlak een vloeistofelement vervormt (eenheid van S is $\frac{m}{s} / \frac{m}{s} = \frac{1}{s}$). Hierna zullen we S de kenmerkende reksnelheid noemen. Andere benamingen voor S zijn deformatiesnelheid of strain-rate..

De schatting van L_{hor} blijft echter nog steeds een probleem wanneer deze wordt uitgedrukt in lokaal beschikbare informatie, zoals de diepteverschillen loodrecht op de kenmerkende stroming. Ook daar zijn weer alternatieven voor bedacht, nl. om L_{hor} uit te drukken in lokale turbulentiegrootheden, zoals de dieptegemiddelde kinetische energie van quasi-2D turbulentie (symbool k) en zijn dieptegemiddelde energie dissipatie (symbool ε). Deze 2D varianten op het bekende k - ε model voor 3D turbulentie zijn weliswaar beproefd, maar voldoen niet en zijn rekentechnisch gecompliceerd doordat er twee extra transportvergelijkingen voor k en ε nodig zijn met hun randvoorwaarden langs dijken e.d.. Daarin vormt S^2 volgens Vgl. (3.11b) de belangrijkste term, nl. voor de productie van turbulentie.

3.4.3 Conclusie

Het voorgaande maakt duidelijk dat enerzijds in complexe stromingen, zoals rivieren met uiterwaarden etc. een uniforme, constante $\bar{v}_T^{(2D)}$ een te ver gaande abstractie is. Anderzijds zijn modellen voor ruimtelijk en stromingsafhankelijke $\bar{v}_T^{(2D)}$ complex, blijken niet altijd tot tevredenheid te werken, zijn moeilijk te implementeren in WAQUA en gaan ten koste van aanmerkelijk meer rekentijd. Hoe is dit dilemma dan op te lossen? Wij menen dit met de procedure voor Horizontal Large Eddy Simulation (HLES) te kunnen bereiken.

Appendix A geeft een uitgebreide inleiding over turbulentie en HLES. Aangeraden wordt dit te lezen, alvorens verder te gaan. De volgende paragraaf gaat dieper in op de toepassing van HLES in WAQUA.

3.5 Horizontal Large Eddy Simulation

De essentie is dat we met HLES er naar streven om zo veel mogelijk de (instationaire) vorming van horizontale wervels volgens de ondiepwatervergelijkingen te berekenen, waarvoor een voldoende fijn rooster nodig is. Het voordeel is hierbij dat de dynamica van deze wervels voldoet aan de ondiepwatervergelijkingen, daarvoor is dan geen additioneel model nodig. Daarnaast, veroorzaken deze horizontale wervels de meeste laterale impulsuitwisseling, zodat een substantieel deel van de impulsuitwisseling wordt gesimuleerd in plaats van gemodelleerd.

Er blijft dan slechts een beperkt deel van deze horizontale wervelingen onbekend, nl. die begrensd zijn door de ruimtelijke resolutie van het model (evenredig met de roostergrootte), en die begrensd zijn door de tijdelijke resolutie (evenredig met de tijdstap). Het resultaat komt er op neer dat we Vgl. (3.11a) vervangen door een weging over een horizontaal oppervlak gelijk aan de ruimtelijke resolutie van de simulatie, voor WAQUA is dat ruwweg 5 tot 6 maal de roostergrootte. Het uiteindelijke resultaat is dat in Vgl. (3.11a) L_{hor} door de lokale roostergrootte wordt bepaald, waarmee een essentieel probleem van de schatting van L_{hor} is opgelost. Een ander resultaat is dat in Vgl. (3.11a) S wordt gebaseerd op de afwijking van de snelheid t.o.v. zijn lokale tijdsgemiddelde, we schrijven daarvoor S' waarbij het accent betrekking heeft op het tijdafhankelijke deel van de snelheidsgradiënten.

Daarmee wordt Vgl. (3.11a) een zg. subgrid-scale (SGS) model dat alleen de impulsuitwisseling voor het niet-opgeloste (c.q. gesimuleerde) deel van de horizontale turbulente werveling vertegenwoordigt. De afleiding is gegeven in (Uittenbogaard & Van Vossen, 2003) en het resultaat luidt:

$$\nu_T^{(SGS)} = \frac{1}{k_s^2} \left(\sqrt{(\gamma \sigma_T S')^2 + B^2} - B \right) ; \quad B = \frac{3}{4} \frac{g|U|}{H C^2} \quad (3.12a)$$

met het golfgetal k_s als:

$$\frac{1}{k_s^2} = \frac{\Delta x \Delta y}{(\pi f_{lp})^2} \quad (3.12b)$$

Hierin is $\Delta x \Delta y$ het oppervlak van een rekencel met zijden Δx en Δy . Verder is C de Chézy coëfficiënt, H de waterdiepte. De coëfficiënten γ en σ_T volgen uit eigenschappen van turbulentie terwijl de zg. laag-doorlaatfilter coëfficiënt f_{lp} volgt uit de resolutie van het advectionsschema van WAQUA

In Vgl. (3.12b) herkennen we het kwadraat van een lengteschaal en in Vgl. (3.12a) de dempende rol (zie B in Vgl. (3.12a)) die bodemwrijving heeft op de vorming van wervels op schalen kleiner dan de resolutie van WAQUA. Hoewel Vgl. (3.12b) kan worden toegepast voor niet-vierkante roosters wordt bij HLES wel verlangd dat de aspectratio van de roosters dichtbij die van een vierkante rooster ligt.

Ten slotte nog enkele opmerkingen over de redenen voor het gebruik van S' i.p.v. S in Vgl. (3.11b). De bedoeling van het SGS model is dat *het pas in werking treedt zodra tijdsafhankelijke wervelvorming optreedt*. Pas dan ontstaat er 2D turbulentie, waarvoor Vgl. (3.12) de dissipatie van het niet-opgeloste deel vertegenwoordigt. In principe kan de berekening een stationair stroombeeld geven en dan is $S' = 0$ en dus ook $\nu_T^{(SGS)} = 0$. Echter, veelal zullen er bij sterke laterale verschillen in snelheid en bij voldoende geringe bodemwrijving, fysische instabiliteiten ontstaan, die leiden tot wervels in de menglaag. Zodra deze tijdsafhankelijke wervels worden gevormd zal $S' > 0$ worden en dan ook de SGS eddy viscositeit $\nu_T^{(SGS)} > 0$. Deze laatste zet als het ware een rem op de groei van de instabiliteit, nl. door de energieoverdracht naar kleinere wervels. Voor grotere bodemwrijving is een minder sterke remming nodig, omdat de kwadratische bodemwrijving de groei van de opgeloste wervels ten minste ten dele beperkt en er een kleinere $\nu_T^{(SGS)}$ nodig is.

Voor een zinvolle toepassing van Vgl. (3.12) zijn eisen geformuleerd, waaronder een voldoende kleine verhouding tussen de roostergrootte en de waterdiepte (orde-grootte 1-5, zie ook Vgl. (4.1)), min of meer vierkante roostercellen, maar ook een beperking voor de tijdstap, zodat per tijdstap een wervel niet verder dan één rekencel wordt verplaatst, voor details zie (Uittenbogaard & Van Vossen, 2003). Dit houdt dus in dat niet alleen een wervel voldoende veel gridcellen moet bedekken, maar ook dat details van zijn verplaatsing, deformatie en interactie met andere wervels (zoals vortex merging) met voldoende kleine tijdstappen wordt gevolgd. Gelijke zijden van het rooster zijn nodig als wervels

cirkelvormig zijn. Een stroming met grote laterale snelheidsverschillen produceert ellipsvormige wervels met de langste as ruwweg in de stromingsrichting en in die richting mag de roosterlengte wel wat groter zijn dan die in laterale richting. Een aspectratio van 2 is dan nog zeker te accepteren. Een rooster dat langer instroomrichting is, behoeft dus niet slechter te zijn dan een vierkant rooster en is mogelijk zelfs optimaler. Ten aanzien van de tijdstap kan nog het volgende rekenvoorbeeld worden gegeven: bij een stroomsnelheid van 2 m/s, een roosterlengte van 40 m in stromingsrichting en een tijdstap van 15 sec wordt een wervel over 30 m verplaatst. Aangezien dit binnen één gridcel ligt is deze tijdstap correct gekozen.

Met succes zijn reeds diverse relevante voorbeelden gesimuleerd, zoals de stroming in een horizontale menglaag (Kernkamp & Uittenbogaard, 2001), langs en in kribvakken (Van Schijndel & Jagers, 2003) en in 3D de zout-zoet stromingen en wervelvorming bij de Maasvlakte (Bijlsma et. al., 2003).

Het streven is om via HLES minder afhankelijk te worden van dispersie- en turbulentiemodellen door meer de tijd- en plaatsafhankelijke stroombeelden te simuleren. De vraag is nu of de rekenroosters van de laatste versie van het Rijntakken model inmiddels voldoen aan de voorwaarden voor het zinvol toepassen van HLES. Deze vraag én de vraag naar een voorlopig constante representatieve eddy viscositeit voor dit Rijntakkenmodel worden in de volgende hoofdstukken beantwoord.

4 Analyse laterale impulsuitwisseling in WAQUA modellen

4.1 Inleiding

In dit hoofdstuk analyseren we in hoeverre HLES kan worden toegepast op het Rijntakkenmodel met het fijne rooster. Daarvoor worden eerst kenmerken gedefinieerd, zie paragraaf 4.2, waarmee we de mogelijkheid van het toepassen van HLES onderzoeken. Daarnaast passen we het model Vgl. (3.12) toe als schatter voor de ruimtelijk variërende eddy viscositeit, waaruit een schatting volgt voor een volumegemiddelde eddy viscositeit in hoofdstuk 5.

Alle genoemde figuren zijn terug te vinden in bijlage B.

4.2 Analysemiddelen

Voor de analyse definiëren we de volgende grootheden. Ten eerste de volgende indicatieve dimensieloze grootheid voor de roostergrootheid van het rekenrooster:

$$dxh = \frac{\sqrt{\Delta x \Delta y}}{H} \quad [-] \quad (4.1)$$

waarin de roostergrootheid wordt vergeleken met de lokale waterdiepte. Voor HLES streven we naar een dxh van orde-grootte 1-5. Voor $dxh \leq 1$ kunnen we aantonen dat het SGS model overbodig wordt omdat dan $v_T^{(SGS)} \leq \bar{v}_T^{(3D)}$ geldt, zie verder (Uittenbogaard & Van Vossen, 2003).

Als aanpassingslengte voor het berekende snelheidsveld definiëren we de inverse van S , zie Vgl. (3.11b):

$$L_{\partial u} = \frac{1}{S} \left[\frac{m}{m/s} \right] \quad (4.2)$$

Formeel heeft deze maat de dimensie van tijd, maar we interpreteren deze als de kenmerkende aanpassingslengte waarover de snelheidsmagnitude 1 m/s verandert. Hierop voortbordurend vergelijken we de lengteschaal Vgl. (4.2) met de roostergrootheid en dat geeft:

$$N_{\partial u} = \frac{1}{S\sqrt{\Delta x \Delta y}} \left[\frac{m/(m/s)}{m} \right] \quad (4.3)$$

Formeel heeft deze de dimensie van de reciproke van de snelheid, maar we interpreteren Vgl. (4.3) als het aantal roosterpunten waarover de snelheidsmagnitude 1 m/s verandert. Bij de interpretatie van $L_{\partial u}$ en $N_{\partial u}$ moet worden bedacht dat deze betrekking hebben op gesimuleerde snelheidsvelden die afhankelijk zijn van de ruimtelijke resolutie en de tijdsresolutie van WAQUA.

4.3 Analyse locaties

Allereerst beschouwen we een stationaire stromingssimulatie met WAQUA voor het gehele Rijntakkenmodel bij de Maatgevende Afvoer van 16.000 [m³/s] bij Lobith, inclusief stationaire laterale toestromingen. We analyseren de kenmerken op het laatste, fijne (40 m) rooster en het voorlaatste, minder fijne rooster dat we hierna kortweg fijn en grof zullen noemen. De berekeningen die geanalyseerd zijn, zijn door Rijkswaterstaat RIZA aangeleverd en heten achtereenvolgens Rijn mhw 98_3 (grof) en Rijn mhw 98_3-40m (fijn).

Vervolgens voeren we de analyse met meer detail uit voor drie locaties gedefinieerd in onderstaande Tabel 4.1. De eerste twee locaties (Huissen en Bemmell) zijn van belang vanwege hun invloed op afvoerdeling (respectievelijk voor de IJsselkop en bij Lent) en de laatste (Schoonhoven) vanwege de vermeende rol van de eddy viscositeit op de verhanglijnen in smalle riviertakken. Figuur B-6 toont de locaties van de locaties op delen van het grove en fijne rekenrooster.

Tabel 4.1. Definitie locaties in grof en fijn Rijntakkenmodel en naamgeving in de tekst. (*) zie ook Figuur 6.

naam in tekst	locatie	grof rooster (*)	fijn rooster (*)
Huissen	Huissensche Waarden	N=349, M=51:100	N=733, M=277:353
Bemmel	Bemmelsche-Gendsche en Ooijrijksche Polder	N=339, M=11:42	N=785, M=138:213
Schoonhoven	Schoonhoven, naast Polder Willige-Langerak	N=1279, M=51:76	N=2955, M=246:273

Figuren B-1 t/m B-4 tonen resp. dxh (Vgl. (4.1)), S (Vgl. (3.11b)), $L_{\partial u}$ (Vgl. (4.2)) en $N_{\partial u}$ (Vgl. (4.3)), met de (a)-reeks voor het grove rooster en de (b)-reeks voor het fijne rooster van het Rijntakkenmodel. Voor de Maas worden voor dezelfde parameters de ruimtelijke verdelingen getoond in Figuren B-15 t/m B-18.

Figuren B-1^{a+b} tonen het voor de hand liggende resultaat dat dxh kleiner is voor het fijne rooster en dat waarden tussen de 1-4 worden bereikt in de diepe geulen maar 5-10 in de ondergelopen uiterwaarden. Een dxh < 1 geeft aan dat de wervels voldoende nauwkeurig door de bewegingsvergelijkingen zelf op het rooster worden gesimuleerd en dat het SGS-model overbodig wordt, dit is hier dus nog niet het geval. Op de schaal van deze figuren komt de maat S (Figuur B-2^{a+b}) voor de gesimuleerde snelheidsgradiënten op het grove rooster ruwweg overeen met die op het fijne rooster. Bij gegeven debiet worden de belangrijkste snelheidsgradiënten kennelijk voornamelijk door de gradiënten in bodemruwheid en diepte bepaald. Inspectie van S in drie locaties onderstreept voorgaande, d.w.z. er is weinig verschil in de magnitude en de verdeling van S tussen grof en fijn rooster, zie daarvoor Figuren B-6^{a+b} t/m B-8^{a+b}. Het ligt voor de hand dat de hoogste waarden van S

worden bereikt aan de randen van diepe geulen, zie Figuur B-2^{a+b}. Dat zijn ook de locaties waar de grootste laterale impulsuitwisseling met de stroming in ondieper water, zoals over uiterwaarden, optreedt.

Dienovereenkomstig zien we dat $N_{\partial u}$ voor het fijne rooster groter is dan voor het grove, aangezien S ruwweg gelijk blijft maar het rooster fijner wordt. Figuren B-9^{a+b} t/m B-11^{a+b} illustreren dit voor de drie locaties (Tabel 4.1). Merk op dat de kleurindeling is gewijzigd, d.w.z. rood voor een kleine $N_{\partial u}$ waarmee we de aandacht willen vestigen op locaties die te weinig roosterpunten hebben voor een zinvolle toepassing van HLES.

Zelden vinden we in het fijnmazige model waarden van $N_{\partial u} < 5$. Voor $N_{\partial u} = 5$ verandert de snelheid 1 m/s over 5 roosterpunten. Op de overgang van zomerbed naar uiterwaard vinden we soms $N_{\partial u} < 5$ en daar worden de grenzen van het toepassen van HLES bereikt t.a.v. het nauwkeurig uitrekenen van wervels op het rooster zelf (nb. $N_{\partial u}$ niet verwarren met dxh). Wat zeggen wil dat de SGS-viscositeit essentieel wordt voor de laterale impulsuitwisseling, omdat er onvoldoende roosterresolutie is voor simulatie van de impulsuitwisseling door wervelvorming (te kleine $N_{\partial u}$).

Voor het grofmazige Rijntakkenmodel constateren we langgerekte roosters, d.w.z. $\Delta x \gg \Delta y$ met de dominante stroming in x-richting. Hieruit concluderen we dat het grofmazige Rijntakkenmodel niet geschikt is voor de toepassing van HLES omdat we voor de juiste dynamica van een wervel (bijna) vierkante roosters verlangen.

Geconcludeerd wordt dat voor het fijnmazige Rijntakkenmodel, vooral in termen van $N_{\partial u}$, de roostergrootte in de diepe geulen en op de laterale overgangen naar ondiepe delen voldoende klein/fijn is voor een zinvolle toepassing van HLES (t.a.v. berekenen van wervels op het rooster zelf).

4.4 Ruimtelijke verdeling van de eddy viscositeit

In deze paragraaf schatten we welke ruimtelijk gemiddelde horizontale eddy viscositeit nodig is, wanneer de huidige aanpak met de Reynolds gemiddelde vergelijkingen wordt vervolgd. De schatting van de eddy viscositeit $\bar{v}_T^{(2D)}$ geschiedt volgens onderstaande definities met de reksnelheid S gebaseerd op de totale snelheid en afgeleid uit de simulatie van het grofmazige en fijnmazige Rijntakkenmodel met een constante eddy viscositeit van 0,5 [m²/s]. Analyse en uitvoer geschieden in de *waterstandspunten* van het WAQUA model. We definiëren de dieptegemiddelde eddy viscositeit $\bar{v}_T^{(2D)}$ als:

$$\bar{v}_T^{(2D)} = \frac{1}{k_s^2} \left(\sqrt{(\gamma \sigma_T S)^2 + B^2} - B \right) ; \quad B = \frac{3}{4} \frac{g |U|}{H C^2} ; \quad \underline{U} = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (4.4)$$

We hanteren weliswaar Vgl. (3.12a), maar dan gebaseerd op de maat S voor de reksnelheid betrokken op de totale met WAQUA berekende snelheid (en dus niet op S' , zie Vgl. (3.12a)).

Daarentegen wordt de lengteschaal betrokken op $1/k_s$, d.w.z. op de roostergrootte i.p.v. op de kenmerkende breedte van een menglaag, zoals in Vgl. (3.10) wordt bedoeld. Deze laatste maat (L_{hor}) is namelijk uiterst moeizaam en subjectief uit de rekenresultaten van WAQUA af te leiden. Echter, met het oog op de mogelijke toepassing van HLES vinden we dat de analyse met behulp van $1/k_s$ als lengteschaal in Vgl. (3.10) beter past.

De dempende rol van de bodemwrijving wordt door B ingevoerd en hierin is C de Chézy coëfficiënt bedoeld voor de bodemwrijving. Merk op dat $\bar{v}_T^{(2D)}$ verhoogt als C afneemt. Echter, in WAQUA wordt C verder verlaagd door de verrekening van andere energieverliezen zoals door overlaten, duikers e.d.. In Vgl. (4.4) is de lengteschaal k_s^{-1} gelijk aan de kenmerkende roostergrootte vermenigvuldigd met de reciproke van de filterparameter f_{lp} en voor Vgl. (4.4) geldt:

$$\frac{1}{k_s^2} = \frac{\Delta x \Delta y}{(\pi f_{lp})^2} \quad (4.5)$$

Verder verschijnt in Vgl. (4.4) en Vgl. (4.5) de kenmerkende maat S voor de reksnelheden en die zijn hier gebaseerd op de totale dieptegemiddelde snelheid, d.w.z. zonder tijdsfiltering zoals bij HLES:

$$S^2 = 2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial x} \quad (4.6)$$

We bevelen de volgende waarden aan voor $\gamma \approx 0,33$, $\sigma_T \approx 0,7$ en $f_{lp} \approx 0,33$, voor details en achtergrond zie (Uittenbogaard & Van Vossen, 2003).

Voor het grofmazige WAQUA Rijntakkenmodel constateerden we langgerekte roosters d.w.z. $\Delta x \gg \Delta y$ met de dominante stroming in x-richting. *Voor dit rooster is besloten de lengtemaat lengteschaal k_s^{-1} volgens Vgl. (4.5) louter te baseren op Δy in dwarsrichting (of m.a.w.: de kleinste celbreedte).*

Figuren B-5^{a+b} tonen de verdeling van $\bar{v}_T^{(2D)}$ over het gehele rekendomein van het Rijntakkenmodel. Aanmerkelijk meer details van de ruimtelijke verdeling en grootte van $\bar{v}_T^{(2D)}$ zijn te vinden in de Figuren B-12^{a+b} t/m B-14^{a+b} waaruit kenmerkende waarden volgen van ruwweg 1 tot 2 [m²/s].

Wanneer we de ruimtelijke verdeling van $\bar{v}_T^{(2D)}$ (Figuren B-12^{a+b} t/m B-14^{a+b}) vergelijken met die van de reksnelheid S (Figuren B-6^{a+b} t/m B-8^{a+b}) dan lijkt $\bar{v}_T^{(2D)}$ minder dan proportioneel met S te variëren. De volgende twee redenen kunnen dit verklaren:

1. ten eerste zijn op locaties waar S groot is de roosters relatief fijner; en
2. ten tweede blijken de Chézy coëfficiënten vaak klein te zijn op locaties waar S groot is, bijvoorbeeld bij de overgang van diepe geulen naar uiterwaarden. Deze kleine waarden ontstaan mogelijk door overlaatformules die worden toegepast voor overstroomde kribben e.d. Deze komen namelijk uiteindelijk in de uitkomsten van WAQUA in de bodemruwheid tot uiting en zij geven een grote waarde voor B in Vgl. (3.12a) en daarmee een sterke dempende werking op $\bar{V}_T^{(2D)}$. Dit laatste kan dus een artefact zijn, omdat B in Vgl. (3.12a) bedoeld is voor de dempende werking op wervelvorming louter door bodemwrijving en niet door een verzameling van subgrid energieverliezen zoals overlaten, duikers e.d.. Wanneer besloten zou worden om in WAQUA HLES toe te passen moet er aan dit onderscheid wel aandacht worden besteed!

5 Advies toe te passen constante Eddy Viscositeit

5.1 Inleiding

Met de analyse in het vorige hoofdstuk zal de lezer inmiddels overtuigd zijn, dat een constante eddy viscositeit een wel ver doorgevoerde abstractie is van een ruimtelijk variërende en waterstands- en stromingsafhankelijke eddy viscositeit. Conform de opdracht presenteren we in dit hoofdstuk een recept voor een constante eddy viscositeit. We hanteren daarbij de volgende twee criteria, die tot één recept samenvallen:

1. de constante eddy viscositeit moet globaal dezelfde energie-dissipatie representeren als een ruimtelijke variërende;
2. de constante eddy viscositeit moet gericht zijn op die locaties in het rekendomein waar de laterale impulsuitwisseling belangrijk is.

5.2 Recept bepaling constante Eddy Viscositeit

Het eerste criterium uit de vorige paragraaf werken we als volgt uit. Een deel van de energie van de gemiddelde stroming wordt onomkeerbaar omgezet in kinetische energie van 2D-turbulente wervels. Voor de gemiddelde stroming vormt deze omzetting dus een dissipatie van de totale energie van de gemiddelde stroming nl. de som van de kinetische en potentiële energie. Voor een stationaire stroming met voorgeschreven debiet blijft de kinetische energie gelijk. Dus zal de omzetting in kinetische energie van 2D-turbulente wervels ten koste gaan van de potentiële energie. Dat verlies aan potentiële energie is direct verbonden met de verhanglijn in het rekenmodel. We wensen een waarde voor de constante eddy viscositeit af te schatten die dezelfde verhanglijn oplevert als met een ruimtelijk variërende eddy viscositeit. De procedure luidt dan als volgt.

De omzetting van totale energie van de gemiddelde stroming naar kinetische energie van de 2D-turbulente wervels luidt:

$$P^{(2D)} = 2v_T^{(2D)} S^2 \quad [\text{Watt} / \text{kg}] \quad (5.1)$$

Hierbij staat het symbool $P^{(2D)}$ voor de productie van kinetische energie van 2D-turbulente wervels. De dimensie is de energieomzetting per tijdseenheid (Watt) en per massa-eenheid (kg). Integratie van Vgl. (5.1) over het totale rekenvolume geeft de totale energieomzetting naar 2D-turbulente wervels:

$$2\rho \iint_{\text{water}} \bar{v}_T^{(2D)} H S^2 dx dy \quad [\text{Watt}] \quad (5.2)$$

In Vgl. (5.2) strekt de oppervlakte-integraal zich uit over het totale wateroppervlak in het rekenmodel. We wensen nu dat de energieomzetting per tijdseenheid volgens Vgl. (5.2) wordt gerepresenteerd door een volumegemiddelde eddy viscositeit $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}}$. Gesubstitueerd in Vgl. (5.2) valt deze constante buiten de integraal zodat de definitie van $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}}$ dan luidt:

$$\overline{\bar{v}_T^{(2D)}} = \frac{\iint \bar{v}_T^{(2D)} H S^2 dx dy}{\iint H S^2 dx dy} \quad (5.3)$$

waarin $\bar{v}_T^{(2D)}$ is gedefinieerd volgens Vgl. (4.4) t/m Vgl. (4.6). Hiermee hebben we voldaan aan het eerste criterium.

De uitdrukking Vgl. (5.3) voldoet eveneens aan het tweede criterium. Op laterale diep-ondiep overgangen kan de laterale impulsoverdracht van de stroming in het diepe gedeelte naar het ondiepe gedeelte een rol spelen. Deze verdeling van impuls draagt bijvoorbeeld bij aan de afvoerdeling tussen zomerbed en uiterwaarden.

Een andere kijk op de definitie van de volumegemiddelde eddy viscositeit (Vgl. (5.3)), die gewoon voortkomt uit wiskundige afleiding van deze vergelijking, is dat deze gewogen wordt met HS^2 , d.w.z. met een groter gewicht voor diepere delen (immers in ondiepe delen worden wervels meer door de bodem gedempt) en met grotere snelheidsgradiënten.. Die weging is gewenst omdat in laterale diep-ondiep overgangen de impulsoverdragende werking van de eddy viscositeit het meest van belang zal zijn. Merk op de weging met de waterdiepte van de dispersieve en turbulente termen in de Reynolds-gemiddelde vergelijkingen (3.2). Hiermee voldoen we aan het tweede criterium.

5.3 Constante Eddy Viscositeit voor het WAQUA model van de Rijntakken

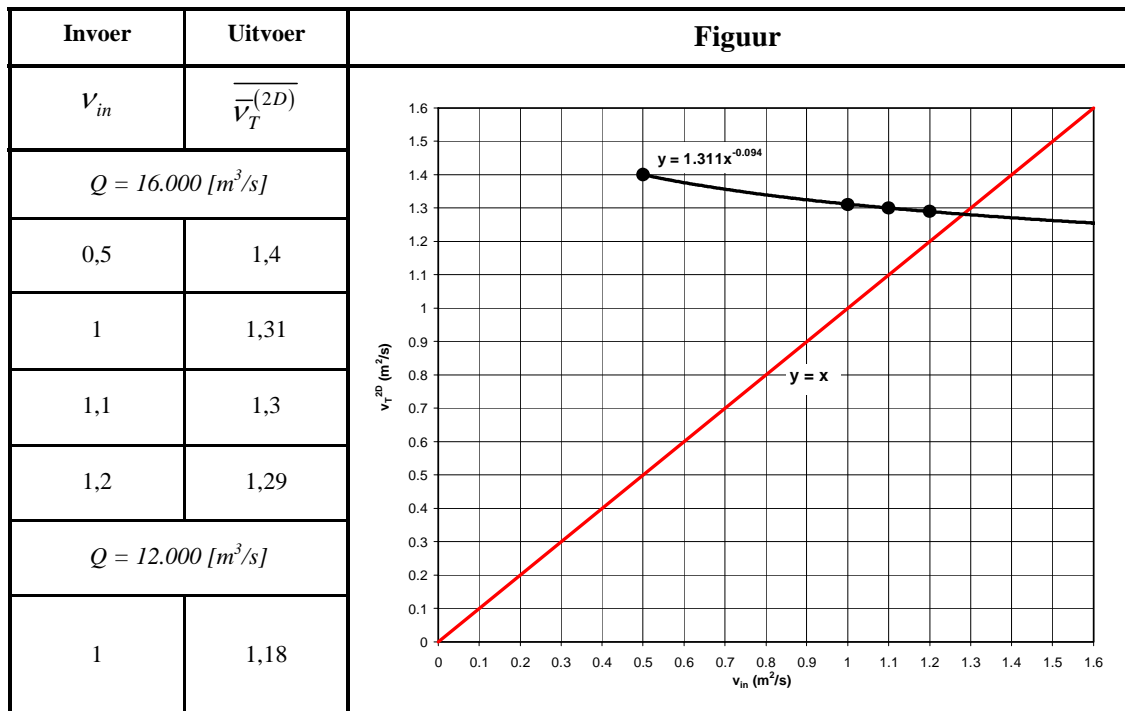
Afgeleid uit simulaties met een constante eddy viscositeit van 0,5 [m²/s] concluderen we met Vgl. (5.3) voor het grofmazige Rijntakkenmodel dat $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}} = 2,5$ [m²/s] geldt en $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}} = 1,4$ [m²/s] voor het fijnmazige Rijntakkenmodel. Liever baseren we deze schatting op een simulatie waarbij het model (3.12) wordt toegepast, d.w.z. met terugkoppeling op de stroming van deze waterstands- en stromingafhankelijke eddy viscositeit. Een dergelijke directe terugkoppeling is binnen WAQUA (nog) niet mogelijk. Daarom is een aantal additionele berekeningen uitgevoerd met hogere eddy viscositeiten teneinde te komen tot een quasi-uitgeïtereerde oplossing. Dit leidt tot de resultaten in Tabel 5-1 voor een afvoer van 16.000 [m³/s] en 12.000 [m³/s] bij Lobith.

Voor de uitgetereerde oplossing bij een afvoer van 1.6000 [m³/s], waarbij de ingevoerde eddy viscositeit (v_{in}) gelijk is aan de berekende volume gemiddelde eddy viscositeit volgens Vgl 5.3, geldt dat $\overline{v_T^{(2D)}} = 1,28$ [m²/s]. Hiertoe is gebruik gemaakt van een trendlijn door de berekende oplossingen, aangezien er voor $v_{in} = 1,28$ [m²/s] geen afzonderlijke simulatie is uitgevoerd. Voor het grofmazige model betekent dit dat ongeveer zal gelden $\overline{v_T^{(2D)}} = 2,3$ [m²/s].

Voor een afvoer van 12.000 [m³/s] bij Lobith geldt op basis van bovenstaande een uitgetereerde oplossing van $\overline{v_T^{(2D)}} = 1,15$ [m²/s], hetgeen de afvoerafhankelijkheid van de eddy viscositeit benadrukt.

De berekende waarden zijn tamelijk groter dan de waarde die tot nu toe steeds is toegepast voor het Rijntakkenmodel, namelijk 0,5 [m²/s]. Duidelijk wordt wel dat de constante eddy viscositeit voor het fijnmazige rooster orde grootte een factor 1,8 kleiner is dan voor het grove rooster. Verder constateerden we bescheiden verschillen in de stroombeelden en in $\overline{v_T^{(2D)}}$ tussen de 10^e en 11^e simulatiedag voor de berekening met $v_{in} = 0,5$ [m²/s] die duiden op een niet-geheel geconvergeerde simulatie dan wel in amplitude beperkte instabiliteit of marginale stabiliteit.

Tabel 5-1 Volume gemiddelde eddy viscositeiten $\overline{v_T^{(2D)}}$ voor Rijntakkenmodel met Q = 16.000 [m³/s] en Q = 12.000 [m³/s]



De plaatsafhankelijkheid van de eddy viscositeit wordt aangetoond aan de hand van de berekende volume gemiddelde eddy viscositeiten volgens Vgl 5.3 voor 20 verschillende riviertrajecten, zie Tabel 5-2. De gepresenteerde waarden voor $Q = 16.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$ bij Lobith zijn gebaseerd op de berekening met $v_{in}=1,2 \text{ [m}^2/\text{s]}$, rekening houdend met een lichte afname als $v_{in}=1,28 \text{ [m}^2/\text{s]}$ zou zijn toegepast. Evenzo, zijn de gepresenteerde waarden voor $Q = 12.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$ bij Lobith gebaseerd op de berekening met $v_{in}=1,0 \text{ [m}^2/\text{s]}$, rekening houdend met een lichte afname als $v_{in}=1,15 \text{ [m}^2/\text{s]}$ zou zijn toegepast.

Tabel 5-2 Traject gemiddelde eddy viscositeiten $\overline{V_T^{(2D)}}$ voor Rijntakkenmodel met $Q = 16.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$ en $Q = 12.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$

traject	Riviertak	Van	tot	$\overline{V_T^{(2D)}}$	
				$Q = 12.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$	$Q = 16.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$
1.	Boven-Rijn	grens model	Pan. Kop	1,52	1,68
2.	Waal	Pan.Kop	grens Waal	1,55	1,57
3.	Pannerdens Kanaal	Pan.Kop	IJsselkop	1,05	1,26
4.	Neder-Rijn/Lek	IJsselkop	grens Lek	0,87	0,97
5.	IJssel	IJsselkop	grens Ketelmeer	0,87	1,04
6.	Waal	Pan.Kop	Nijmegen	1,42	1,37
7.	"	Nijmegen	Tiel	1,51	1,52
8.	"	Tiel	Zaltbommel	1,41	1,51
9.	"	Zaltbommel	Werkendam	1,75	1,78
10.	Neder-Rijn	IJsselkop	Driel	0,93	1,05
11.	"	Driel	Amerongen	0,76	0,81
12.	"	Amerongen	Schoonhoven	0,85	0,91
13.	Lek	Schoonhoven	Krimpen	1,09	1,26
14.	IJssel	IJsselkop	Doesburg	0,63	0,71
15.	"	Doesburg	Deventer	0,63	0,69
16.	"	Deventer	Katerveer	0,62	0,64
17.	"	Katerveer	Kampen	0,81	0,73
18.	"	Kampen	grens IJssel (Ketelmeer)	1,82	2,15
19.	"	Kampen	Ramspolbrug	1,68	1,68
20.	"	Ramspolbrug	grens IJssel (Ketelmeer)	2,01	2,65

De volumegemiddelde uitkomst voor $\overline{v_T^{(2D)}}$ van 1,28 [m²/s] is een onderschatting voor de Boven-Rijn en de Waal en voor de Neder-Rijn/Lek en de IJssel een overschatting, terwijl de waarde goed overeenkomt met die van het Pannerdensch kanaal. Opvallend aan de trajectgemiddelde waarden is de afname van $\overline{v_T^{(2D)}}$ bij afnemende afvoer of rivierbreedte. De grote verbreding in de benedenloop van de IJssel bij het Ketelmeer bijvoorbeeld (traject 18 / 20) geeft direct een sterke toename van $\overline{v_T^{(2D)}}$.

Andere verklaringen voor de verschillen, tussen bijvoorbeeld de Boven-Rijn en de IJssel, moeten worden gezocht door te kijken “door de bril” van de vergelijkingen. De $\overline{v_T^{(2D)}}$ stijgt namelijk als:

- *de roosterafmeting in dwarsrichting Δy groter wordt.* Dit houdt namelijk in dat eventuele wervels niet meer worden gesimuleerd (c.q. berekend) met de bewegingsvergelijking, maar dat het effect ervan moet worden gemodelleerd via de $\overline{v_T^{(2D)}}$. Het rooster bestuderend valt op dat de roosterbreedtes op de Boven-Rijn (zomerbed $\Delta y \approx 20$ m, winterbed $\Delta y \approx 30$ m) over het geheel genomen iets groter zijn dan op de IJssel (zomerbed $\Delta y \approx 12 - 15$ m, winterbed $\Delta y \approx 25 - 30$ m). Hierdoor neemt zowel $1/k_s^2$ als S toe.
- *C groter wordt.* Een verhoogde ruwheid (lagere C-waarde) zorgt voor extra demping van de wervels en tot een afname van de $\overline{v_T^{(2D)}}$. De Chézy-waarde op de Boven-Rijn blijkt globaal gezien iets groter te zijn dan op de IJssel, waardoor op de IJssel meer sprake zal zijn van demping van de wervels.
- *de waterdiepte H groter wordt.* Hier geldt hetzelfde als voor de bodemruwheid C. Een kleine waterdiepte zorgt ervoor dat wervels meer worden gedempt, en omgekeerd zal bij een grotere waterdiepte minder sprake zijn van demping. De waterdiepte H op de Boven-Rijn (zomerbed $H \approx 14 - 15$ m, winterbed $H \approx 5 - 6$ m) is wel wat groter dan op de IJssel (zomerbed $H \approx 10$ m, winterbed $H \approx 4 - 5$ m). Wervels worden op de IJssel dus in enige mate sterker gedempt dan op de Boven-Rijn.
- *de absolute snelheid U afneemt.* Achterliggende gedachte hierbij is dat de absolute stroomsnelheid kwadratisch in de bodemschuifspanningsformulering τ_b zit. Bij grotere stroomsnelheden zal de demping dus iets toenemen door toenemende bodemschuifspanning. Op de Boven-Rijn is U weliswaar groter dan op de IJssel, maar het snelheidsverschil met de uiterwaard is eveneens behoorlijk veel groter.
- *S of dy/dy groter wordt.* Grote lokale snelheidsverschillen zijn een bron voor turbulentieontwikkeling. Zowel op de Boven-Rijn als op de IJssel worden grote waarden voor S gevonden (of kleine waarden voor $L_{\delta u}$), maar op de Boven-Rijn komen hoge waarden meer frequent voor.

Samenvattend; bij benadering is $\overline{v_T^{(2D)}}$ op de bovenstroomse takken (Boven-Rijn en Waal) groter dan op de benedenstroomse takken (IJssel en Neder-Rijn) door hogere waarden voor S , Δy , H en C .

5.4 Constante Eddy Viscositeit voor het WAQUA model van de Maas

Voor de Maas bestaat er momenteel nog geen nieuw fijnmazig rooster. Derhalve is de analyse voor een volumegemiddelde eddy viscositeit voor de Maas alleen betrokken op het huidige WAQUA model met grove rooster. Het betrof hierbij de resultaten van de stationaire berekening Maas mhw98_3 met $v_{in} = 0,5$ [m²/s] en een afvoer van $Q = 3.800$ [m³/s] nabij Borgharen.

Geconcludeerd wordt met Vgl. (5.3), uitgaande van de in paragraaf 5.3 gevonden afname van de volume gemiddelde eddy viscositeit bij terugkoppeling op de stroming, dat voor het grofmazige Maasmodel ongeveer geldt $\overline{v_T^{(2D)}} = 3,5$ [m²/s]. Uitgaande van de gevonden verhouding tussen fijn- en grofmazig rooster van Rijntakkenmodel zal bij een gelijke verfijning van het Maas rooster ongeveer gelden $\overline{v_T^{(2D)}} = 2,0$ [m²/s].

De waarden voor de Maas zijn hoger dan voor de Rijntakken, aangezien laterale uitwisseling van impuls in de Maas blijkbaar nog meer een rol speelt.

Het volgende wordt opgemerkt: wordt bij de berekening voor de volumegemiddelde eddy viscositeit voor Maas model met het grove rooster de lokale viscositeitswaarden begrensd op 10 [m²/s] dan wordt $\overline{v_T^{(2D)}} = 2,0$ [m²/s] (i.p.v. $3,5$ [m²/s]). Dit geeft aan dat de berekening gevoelig is voor lokale uitschieters. Tevens wordt hiermee aangetoond dat lokaal zeer hoge eddy viscositeiten (en snelheidsgradiënten) optreden, wat de ruimtelijk variërende en waterstands- en stromingsafhankelijke eddy viscositeit bevestigt.

6 Conclusies en aanbevelingen

6.1 Conclusies

1. Het is niet duidelijk waarom in WAQUA de zg. Laplace-operator ∇^2 in de viscositeitsterm $\nu \nabla^2 U$ is voorzien van kruistermen die naar keuze kunnen worden uitgeschakeld. Voor het gehanteerde orthogonaal-kromlijnige rooster heeft de Laplace-operator nl. geen kruistermen.
2. In WAQUA ondervindt de stroming langs gesloten randen (dijken, kaden) geen laterale wrijving. Bij grove roosters zal deze veronderstelling (vermoedelijk) weinig invloed hebben vanwege de dominante rol van de bodemwrijving bij ondiep water. Bij fijnere roosters kan het wel een bescheiden rol van betekenis hebben.
3. We concluderen dat een constante eddy viscositeit eigenlijk een ver doorgevoerde abstractie is van een ruimtelijk variërende en waterstands- en stromingsafhankelijke eddy viscositeit.
4. In deze studie hebben we een recept geformuleerd waarmee een volumegemiddelde eddy viscositeit kan worden geschat. Dit recept is gebaseerd op het behouden van dezelfde verhanglijn als met een model voor de ruimtelijk variërende en waterstands- en stromingsafhankelijke eddy viscositeit. Tevens legt in dit verscholen dat nadruk de ligt op een schatting van de eddy viscositeit voor locaties waar de laterale impulsuitwisseling de belangrijkste rol speelt.
5. We concluderen met Vgl. (5.3) voor de volumegemiddelde eddy viscositeit dat voor simulaties met het grofmazige Rijntakkenmodel, met een afvoer van $Q = 16.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$ bij Lobith, $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}} = 2,3 \text{ [m}^2/\text{s]}$ geldt en $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}} = 1,28 \text{ [m}^2/\text{s]}$ voor het fijnmazige Rijntakkenmodel. Voor dit laatste model geldt bij een afvoer van $Q = 12.000 \text{ [m}^3/\text{s]}$ bij Lobith $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}} = 1,15 \text{ [m}^2/\text{s]}$. Voor het grofmazige Maasmodel, met een afvoer van $Q = 3.800 \text{ [m}^3/\text{s]}$ nabij Borgharen, geldt $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}} = 3,5 \text{ [m}^2/\text{s]}$, terwijl uitgaande van een zelfde verfijning van het rooster als geschiedt is bij het WAQUA Rijntakkenmodel er ongeveer sprake zal zijn van $\overline{\bar{v}_T^{(2D)}} = 2,0 \text{ [m}^2/\text{s]}$ voor het nieuwe fijnmazige WAQUA model voor de Maas. Duidelijk wordt wel dat de constante eddy viscositeit voor het fijnmazige rooster orde grootte een factor 1,8 kleiner is dan voor het grove rooster.

6. Wordt de volumegemiddelde eddy viscositeit per riviertraject beschouwd dan neemt deze af bij afnemende afvoer en toenemende breedte. Een $\overline{v_T^{(2D)}}$ van 1,28 [m²/s] (zie punt 5) is derhalve een onderschatting voor de Boven-Rijn en de Waal en voor de Neder-Rijn/Lek en de IJssel een overschatting, terwijl de waarde goed overeenkomt met die van het Pannerdensch kanaal. Verder is bij benadering $\overline{v_T^{(2D)}}$ op de bovenstroomse takken (Boven-Rijn en Waal) groter dan op de benedenstroomse takken (IJssel en Neder-Rijn) door hogere waarden voor S, Δy, H en C.
7. Opgemerkt wordt dat bovengenoemde volumegemiddelde eddy viscositeiten zijn gebaseerd op analyses van modelresultaten en niet op veldmetingen of experimenteel onderzoek. Omdat de eddy viscositeit een ruimtelijk variërende en waterstands- en stromingsafhankelijke parameter is zal de berekende volumegemiddelde eddy viscositeit bij bijvoorbeeld een herijking van het WAQUA model weer enigszins kunnen wijzigen.
8. Ondanks een simulatieperiode van 11 dagen met stationaire randvoorwaarden constateren we voor de berekening met $v_{in}=0,5$ [m²/s] nog steeds een tijdafhankelijke oplossing in de geanalyseerde WAQUA berekeningen (verschillen tussen uitvoer op dag 10 en 11).
9. We hebben het grofmazige en het fijnmazige Rijntakkenmodel geanalyseerd voor het zinvol toepassen van de methode HLES van WL | Delft Hydraulics om minder afhankelijk van een eddy viscositeit model de stroming te simuleren. We concluderen dat het fijnmazige Rijntakkenmodel voor HLES wel geschikt is.

6.2 Aanbevelingen

1. Onderzoek naar de oorzaken van tijdafhankelijke oplossing bij stationaire randvoorwaarden.
2. Gezien de trend in simulaties met steeds kleinere rekencellen bevelen we aan te overwegen zijwandwrijving voor de stroming langs dijken en kaden te implementeren in WAQUA en dit als mogelijkheid aan te bieden aan de gebruiker, zodat dit bij zeer fijne rekenrooster kan worden ingezet.
3. De geadviseerde constante eddy viscositeit is gebaseerd op basis van een berekend ruimtelijk variërende eddy viscositeit, waarbij deze berekende constante eddy viscositeit iteratief een aantal keer is teruggekoppeld op de stroming. Een directe koppeling is mogelijk in Delft3D-FLOW. Deze berekeningen kunnen tevens de gevoeligheid in waterstand bij gebruik van een constante en ruimtelijk variërende eddy viscositeit inzichtelijk maken.
4. Het is aan te bevelen om een ruimtelijk variërende en waterstands- en stromingsafhankelijke formulering voor de eddy viscositeit in WAQUA te implementeren. Hierna kunnen objectieve dispersie- en turbulentiemodellen worden ingevoerd voor de bijdrage van turbulentie aan de verhanglijn en aan de afvoerverdeling (zie ook aanbeveling 5).

5. De keuze van de turbulentiemodellen hangt af van welk conceptueel model als uitgangspunt wordt gekozen. Het conceptuele model kan zijn de oplossing van de Reynolds-gemiddelde vergelijkingen, waarbij een fijner rooster een nauwkeuriger oplossing kan opleveren. Bij deze aanpak blijft men afhankelijk van de kwaliteit van het gekozen turbulentiemodel, dan wel van de oplossing van de grootschalige stroming inclusief de tijd- en plaatsafhankelijke wervelvorming, in dit rapport Horizontal Large Eddy Simulation (HLES) genoemd. Hierbij levert een fijner rooster een grotere bandbreedte aan turbulente wervels, waarmee minder afhankelijkheid van een turbulentie- of beter subgrid model wordt verkregen.

We bevelen de laatste zienswijze als uitgangspunt aan. In dat laatste geval dient WAQUA wel getest te worden op fysisch correcte evolutie van 2D turbulentie, zoals verricht met Delft3D-FLOW, zie (Uittenbogaard & Van Vossen, 2001).

Voor beide conceptuele modellen dient in WAQUA de huidige formulering voor een constante eddy viscositeit te worden vervangen door de volgende termen uit Vgl. (3.2):

$$\text{u-impulsvergelijking: } \frac{1}{H} \frac{\partial HT_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial HT_{xy}}{\partial y} \quad (6.1a)$$

$$\text{v-impulsvergelijking: } \frac{1}{H} \frac{\partial HT_{xy}}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial HT_{yy}}{\partial y} \quad (6.1b)$$

Hierin substitueren we de Boussinesq hypothese met een ruimtelijk variërende eddy viscositeit volgens:

$$T_{xx} = 2\nu_T \frac{\partial U}{\partial x} \quad ; \quad T_{yy} = 2\nu_T \frac{\partial V}{\partial y} \quad ; \quad T_{xy} = \nu_T \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \quad (6.1c)$$

De hier gebruikte eddy viscositeit is de som van de dieptegemiddelde eddy viscositeit voor 3D turbulentie, de zg. Elder formulering (3.8), en de eddy viscositeit van 2D turbulentie dan wel van het subgrid model (3.12).

De implementatie van Vgl. (6.1) in WAQUA kan vergelijkbaar met die in Delft3D-FLOW, aangezien deze uitvoerig is beproefd.

6. Voor de dispersieve bijdragen adviseren we nader onderzoek naar de formulering (3.7):

$$\text{u-impulsvergelijking: } (1+\alpha) U \frac{\partial U}{\partial x} + (1+\beta) V \frac{\partial U}{\partial y} \quad (6.2)$$

waarin α en β afhangen van de verticale profielen van de lokale stroming. Onderzoek, waarom deze klassieke aanpak is verlaten, viel buiten het kader van deze studie.

7. Het is aan te bevelen waar mogelijk driedimensionale simulaties toe te passen, die de effecten van dispersie direct oplossen zonder verdere modelvorming. Dispersieve effecten zijn met name van belang voor stoftransport, zoals bij waterkwaliteit en ecologie.

Literatuur

- Bijlsma, A.C., R.E. Uittenbogaard & T. Blokland, 2003: Horizontal large eddy simulation applied to stratified flows. "Shallow Flows; selected papers of the int'l symp. on shallow flows 16 – 18 June 2003, Delft, The Netherlands". Editors G.H. Jirka & W.S.J. Uijtewaal, pg. 559 – 565. A.A. Balkema Publishers (ISBN 90 5809 700 5).
- Jansen, et.al. 1994: Principles of river engineering: the non-tidal alluvial river. Ed. board.: P.Ph. Jansen...[et.al], Delftse Uitgevers Maatschappij, ISBN 90-6562-146-6.
- Booij, R. 1992: Turbulentie in de waterloopkunde, dictaat b82, december 1992
- Kernkamp, H.W.J. & R.E. Uittenbogaard, 2001: 2D-LES of a free-surface mixing layer. In B.J. Geurts, R. Friedrich & O. Metais (ed.) Direct and Large-Eddy simulation Workshop, Kluwer Academic Publishers, pp. 409-418.
- Ogink, H.J.M., 1985: The effective eddy viscosity coefficient in 2-D depth averaged flow models, 21st IAHR Congress, Melbourne, Australia.
- Rijkswaterstaat, 1987: Syllabus "Gebruik en toepassing van WAQUA"
- Rijkswaterstaat, 1998: Technical documentation WAQUA. Version 1.0
- Schijnzel, S.A.H. & H.R.A. Jagers, 2003: Complex flow around groynes. "Shallow Flows; selected papers of the int'l symp. on shallow flows 16 – 18 June 2003, Delft, The Netherlands". Editors G.H. Jirka & W.S.J. Uijtewaal, pg. 645 – 650. A.A. Balkema Publishers (ISBN 90 5809 700 5).
- Uittenbogaard, R.E., J.A.Th. van Kester & G.S. Stelling 1992 Implementation of three turbulence models in TRISULA for rectangular horizontal grids (Including testcases). WL|Delft Hydraulics, report Z162, May.
- Uittenbogaard, R.E. & B. van Vossen, 2001: 2D DNS of quasi-2D turbulence in shallow water. DNS/LES Progress and Challenges. Third AFOSR International Conference., Arlington Texas, Greyden Press, Columbus, Ohio, USA, pp. 577-588.
- Uittenbogaard, R.E. & B. van Vossen, 2004: Subgrid-scale model for Quasi-2D turbulence in shallow water. "Shallow Flows; selected papers of the int'l symp. on shallow flows 16 – 18 June 2003, Delft, The Netherlands". Editors G.H. Jirka & W.S.J. Uijtewaal, pg. 575 – 582. A.A. Balkema Publishers (ISBN 90 5809 700 5).

A Beschrijving HLES (Horizontal Large Eddy Simulation)

A.1 Achtergrond

Deze bijlage legt de werking van Horizontal Large Eddy Simulation (HLES) uit. Daarnaast schetst het de motivatie en de bredere basis van de ontwikkeling van HLES, zoals die plaats vindt bij WL | Delft Hydraulics voor de hydrodynamische code Delft3D-FLOW. Er wordt ingegaan op de essentiële vraag waarom HLES wordt ontwikkeld en waarom het naast experimenteel onderzoek en veldwaarnemingen een belangrijk numeriek onderzoeksmiddel is.

A.2 Lengteschalen van turbulentie

Voor een goed begrip van turbulentie wordt kort ingegaan op lengteschalen van turbulentie in niet-gestratificeerd ondiep water. Bij voldoende hoge Reynoldsgetallen wordt een stroming instabiel en ontstaan er turbulente wervels op alle bereikbare lengteschalen. De verschillen in kinetische energie per lengteschaal zijn over het algemeen groot.

De grootst mogelijke wervels worden beperkt tot de kenmerkende begrenzingen van de stroming, zoals een rivierbreedte, kribvakbreedte of havenlengte. De kleinst mogelijke wervels zijn van orde grootte de Kolmogorov lengteschaal; deze bedraagt maximaal enkele millimeters. Deze kleine wervels hebben een Reynoldsgetal van orde-grootte 1. Meestal ligt de waterdiepte tussen deze maximale en minimale lengteschalen van turbulentie in. Wervels met een 3D structuur zijn in lengteschaal begrensd tot maximaal de orde grootte van de waterdiepte. Terugredenerend ligt de kenmerkende bandbreedte van 3D turbulentie dus tussen de Kolmogorov lengteschaal en waterdiepte in. Wervels met lengteschalen aanmerkelijk groter dan de waterdiepte zijn bij benadering tweedimensionaal en liggen in het horizontale vlak. We noemen dit 2D turbulentie. Overigens is 2D turbulentie een abstractie, omdat in reële situaties er altijd wel variaties in de derde dimensie (het verticale vlak) aanwezig zijn door bijvoorbeeld bodemwrijving. Men spreekt derhalve over quasi-2D turbulentie. Tot zover drie kenmerkende lengteschalen, waarbij de waterdiepte ruwweg de scheiding vormt tussen quasi-2D turbulentie en 3D turbulentie.

A.3 Beoogde toepassingen

Er blijkt een gestaag groeiende interesse in de kansverdelingen van bodemschuifspanning (schade van oever- en bodembescherming, ontgroningen, morfologie), horizontaal sedimenttransport en laterale impulsuitwisseling (uitwisseling rivier-havens) en de kansverdeling en menging van verschillende stoffen (algenbloei, biochemische processen in water, etc.). De meeste van deze vragen zijn met veel inspanning veelal wel redelijk waarneembaar in laboratoriumopstellingen maar nog moeilijker meetbaar in het veld, zeker wanneer het gaat om ruimtelijke verdelingen in plaats van puntmetingen.

In dit kader worden de mogelijkheden bestudeerd van numerieke simulaties, die ten minste aanvullend zijn op experimenteel onderzoek en op veldwaarnemingen.

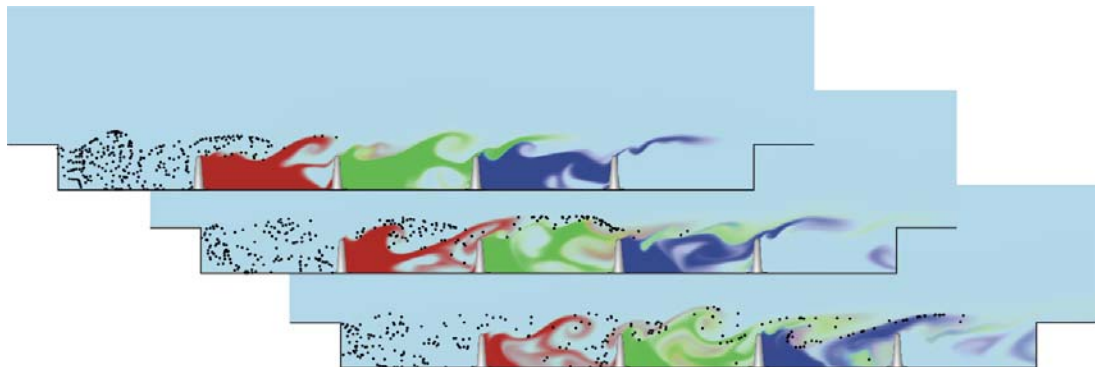
In voorgaande praktijkaspecten vormen de energierijke (bijna) twee-dimensionale horizontale chaotische wervels meestal het generieke hydrodynamische mechanisme. Dit zijn horizontale tijd- en plaatsafhankelijke circulaties op schalen groter dan de waterdiepte. Maar ook de minder energie bevattende 3D wervelstructuren, op schalen kleiner dan de waterdiepte, dragen bij.

De klassieke beantwoording van de bovenstaande vragen zou gaan via, wat in het Engels de Reynolds-Averaged Navier-Stokes oplossingen (RANS) heet. RANS is het simuleren van de gemiddelde stroming, met additionele modellen voor de netto effecten van menging en impulsuitwisseling door turbulente processen op alle lengteschalen.

Voor het modelleren van (quasi-)2D turbulentie t.b.v. RANS doemen ingewikkelde vragen op doordat essentiële eigenschappen van 2D turbulentie aanmerkelijk verschillen van die van 3D turbulentie. Voor een beter begrip van ons betoog behandelen we de volgende verschillen.

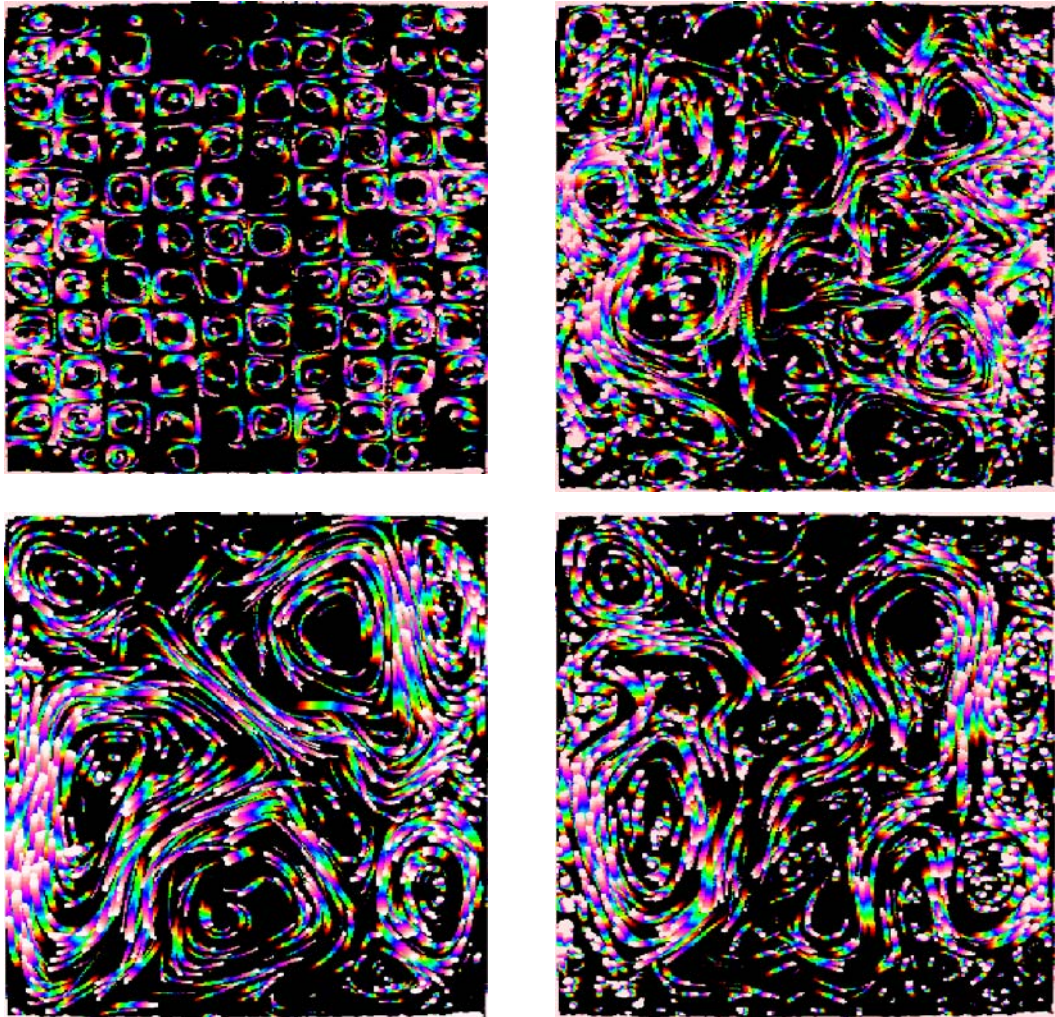
A.4 Verschillen tussen (quasi-)2D en 3D turbulentie

Een eigenschap van 2D turbulentie is zelf-organisatie, ook wel *vortex merging* of *vortex pairing* genoemd, waarbij wervels met gelijke draaizijn in elkaar vloeien en met optelling van hun afzonderlijke wervelsterkte (d.i. de zogenaamde maat voor de rotatie van de vloeistof), zie Figuur A.2. In de uitwisseling tussen bijvoorbeeld een rivier en een kribvak is dit fenomeen zichtbaar bij wervels die de menglaag verlaten en vervolgens worden opgenomen in de primaire neer in het kribvak, zie Figuur A-1.



Figuur A-1. Met HLES berekende wervelvorming in kribvakken (Schijndel, & Jagers, 2003)

Tijdens zelf-organisatie wordt turbulente kinetische energie van kleine naar grote lengteschalen overgebracht. Dit laatste wordt wel de inverse energie-cascade genoemd. Het begrip inverteers slaat hier op het tegenovergestelde van de gebruikelijke energie-cascade van 3D turbulentie. Bij 3D turbulentie wordt namelijk de meeste kinetische energie van grote naar steeds kleinere wervels overgedragen, waarbij deze cascade juist bij de Kolmogorov lengteschaal eindigt waar de meeste energiedissipatie van 3D turbulentie optreedt.



Figuur A-2 Deeltjesbanen van een initieel regelmatig veld (schaakbord patroon) van tegengesteld draaiende wervels. De opeenvolgende figuren, met de klok mee, tonen de zelf-organisatie in een water basin van $1*1 \text{ m}^2$ en ca. 1 cm diep. Bron: TUE.

Een andere eigenschap van 2D turbulentie, die evenmin voor 3D turbulentie geldt, is dat bij transport van een wervel over een variërende bodem de wervelsterkte van de wervel bij benadering evenredig met de waterdiepte verandert; in vaktaal heet dit het behoud van potentiële vorticieteit zonder interne en externe wrijving. Dit betekent dat wervels die van diep water naar ondieper water gaan een kleinere wervelsterkte krijgen.

A.5 HLES

Op dit moment wordt het modelleren van 2D en 3D turbulentie op alle genoemde lengteschalen (wat overigens Direct Numerical Simulation (DNS) wordt genoemd) voor grootschalige civiele stromingsproblemen beperkt door enerzijds de complexiteit van de turbulentie en anderzijds schikbare rekencapaciteit. Op korte termijn zijn zelfs de grotere 3D turbulente wervels en alle (grotere) 2D turbulente wervels zeer moeilijk te simuleren, wat wel Large Eddy Simulation (LES) wordt genoemd. Opgemerkt wordt dat voor kleinschaliger (industriële) stromingsproblemen DNS en LES, per definitie dus driedimensionale simulaties met een niet-hydrostatische druk, na ca. 15 jaar wetenschappelijk onderzoek als research-tools geaccepteerd zijn.

Op korte termijn kunnen de grote en energierijke 2D turbulente wervels redelijkerwijs wel gesimuleerd worden, maar dan met een zogenaamd subgrid-scale (SGS) model voor de kleinere niet-opgeloste 2D turbulente wervels en een turbulentiemodel voor alle 3D wervels. Dit noemen we hier *Horizontal Large Eddy Simulation* (HLES). Elders in de literatuur wordt ook wel over *Very Large Eddy Simulation* (VLES) gesproken.

In volgorde van complexiteit en mogelijkheid bestaat dus de volgende keten: DNS→LES→HLES, waarbij de roostergrootte toeneemt van Kolmogorov lengteschaal tot ruwweg de waterdiepte. Bij HLES vallen alle energierijke 3D wervels binnen de roostercellen maar ook de energiearme 2D turbulente wervels, zodat in HLES louter de energierijke 2D wervels worden gesimuleerd.

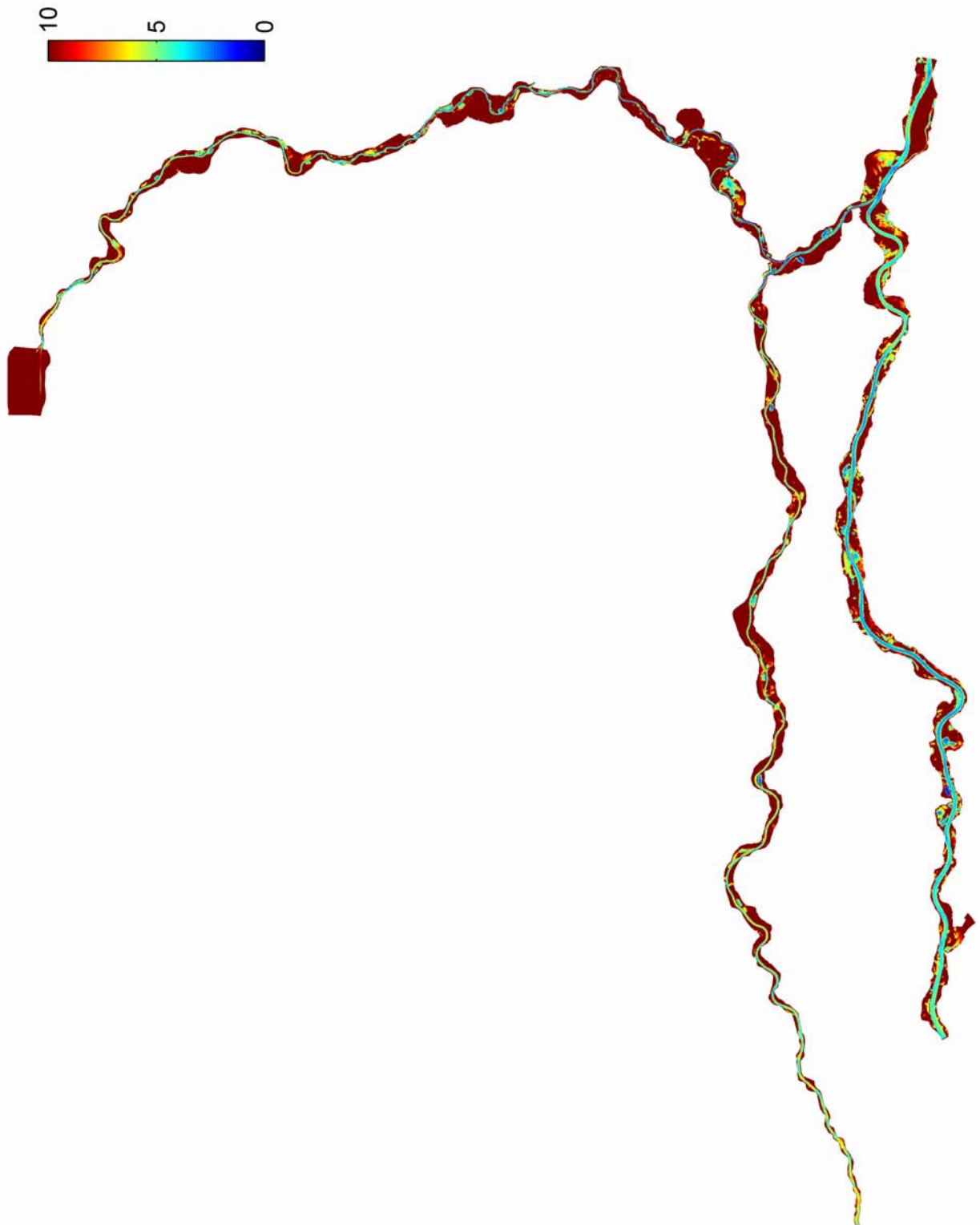
Binnen HLES wordt dus onderscheid gemaakt tussen een SGS model en een turbulentiemodel. Een 3D turbulentiemodel vertegenwoordigt het netto effect van menging en impulsuitwisseling van alle schalen van 3D turbulentie. Daarentegen is een SGS model per definitie afhankelijk van de roostergrootte en wel zó dat *de rol van het SGS model, in termen van menging en impulsuitwisseling, verdwijnt bij afnemende roostergrootte*. Voor HLES is dus een turbulentiemodel nodig voor het netto effect van alle 3D wervels en een SGS model voor de netto werking van kleinschalige 2D turbulentie; wat overblijft zijn de energierijke grootschalige wervels die expliciet worden gesimuleerd.

Samenvattend kan worden gesteld dat het concept van HLES gebaseerd is op het feit dat de grote energierijke, tweedimensionale wervels rechtstreeks op het rooster worden uitgerekend, het effect van kleinere horizontale wervels wordt benaderd door het SGS-model en een turbulentiemodel (bijv. een $k-\varepsilon$ model) nodig is voor de bijdrage van driedimensionale turbulentie. Een dergelijke aanpak is geoorloofd omdat theoretisch kan worden aangetoond dat, vanwege de verdeling van 2D turbulente kinetisch energie over haar lengteschalen, de meeste energie én de meeste energiedissipatie optreedt bij de grotere schalen die met HLES worden gesimuleerd. Met andere woorden, de meeste horizontale menging en horizontale impulsuitwisseling wordt met HLES gesimuleerd, waarbij ook de meeste energiedissipatie door 2D wervels tegen de bodemwrijving wordt berekend.

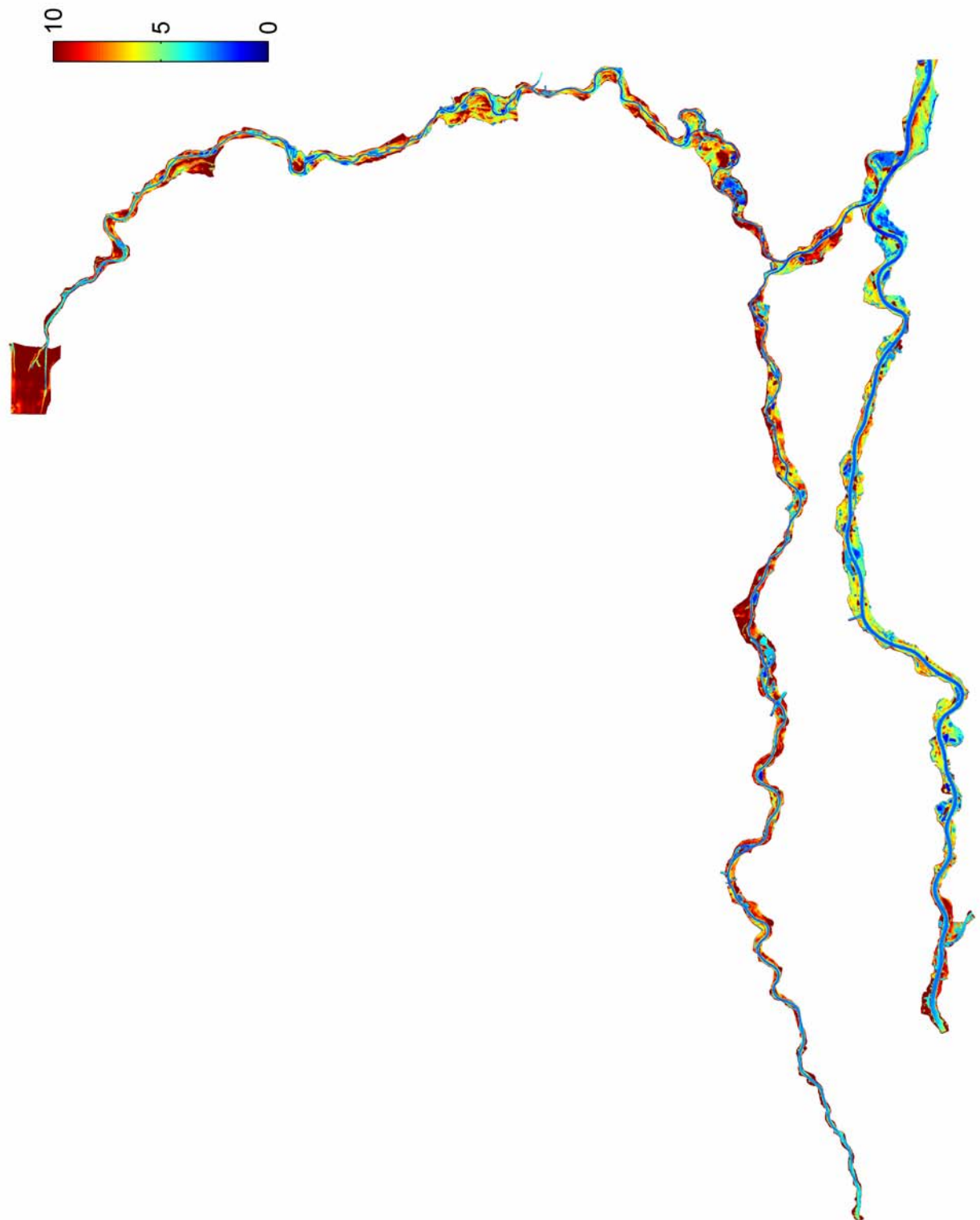
Zoals al aangegeven, wordt van een SGS model verlangd dat het de netto werking van de niet-gesimuleerde wervels vertegenwoordigt. Voor een correcte aansluiting van een SGS model op de berekende wervels is een definitie nodig voor de grootste lengteschaal van de niet-gesimuleerde wervels. Uiteraard speelt hierbij de roostergrootte de dominante rol maar ook de filterende werking van het numerieke schema. Het ideale schema lost de variaties in de stroming op tot de theoretisch kleinst haalbare golflengte van tweemaal de roostergrootte. Dit schema is de zogenaamde spectrale methode, dat echter alleen geschikt is voor rechthoekige domeinen. De rekenschema's die toepasbaar zijn voor een complexe geometrie blijven er een factor 1/filterparameter boven.

Dit alles overziend menen we dat de toekomstige ontwikkeling meer gaat in de richting van “minder modelleren door meer simuleren”. Naast de gunstige resultaten die ook in dit verslag worden genoemd moeten we wel vaststellen dat de HLES rekentijden vergen van dagen tot een week met veel uitvoer soms meer dan 2 Gb. Kortom de inzet van HLES ligt voorlopig nog in het toegepaste onderzoek waarbij de rekentijden, wachttijden en kosten gunstig uitvallen t.o.v. die voor het inrichten en uitvoeren van laboratoriumexperimenten of van veldwaarnemingen waarbij het nog de vraag is of de gewenste stromingsverschijnselen, kansverdelingen van bodemschuifspanningen en dergelijke redelijkerwijs meetbaar zijn.

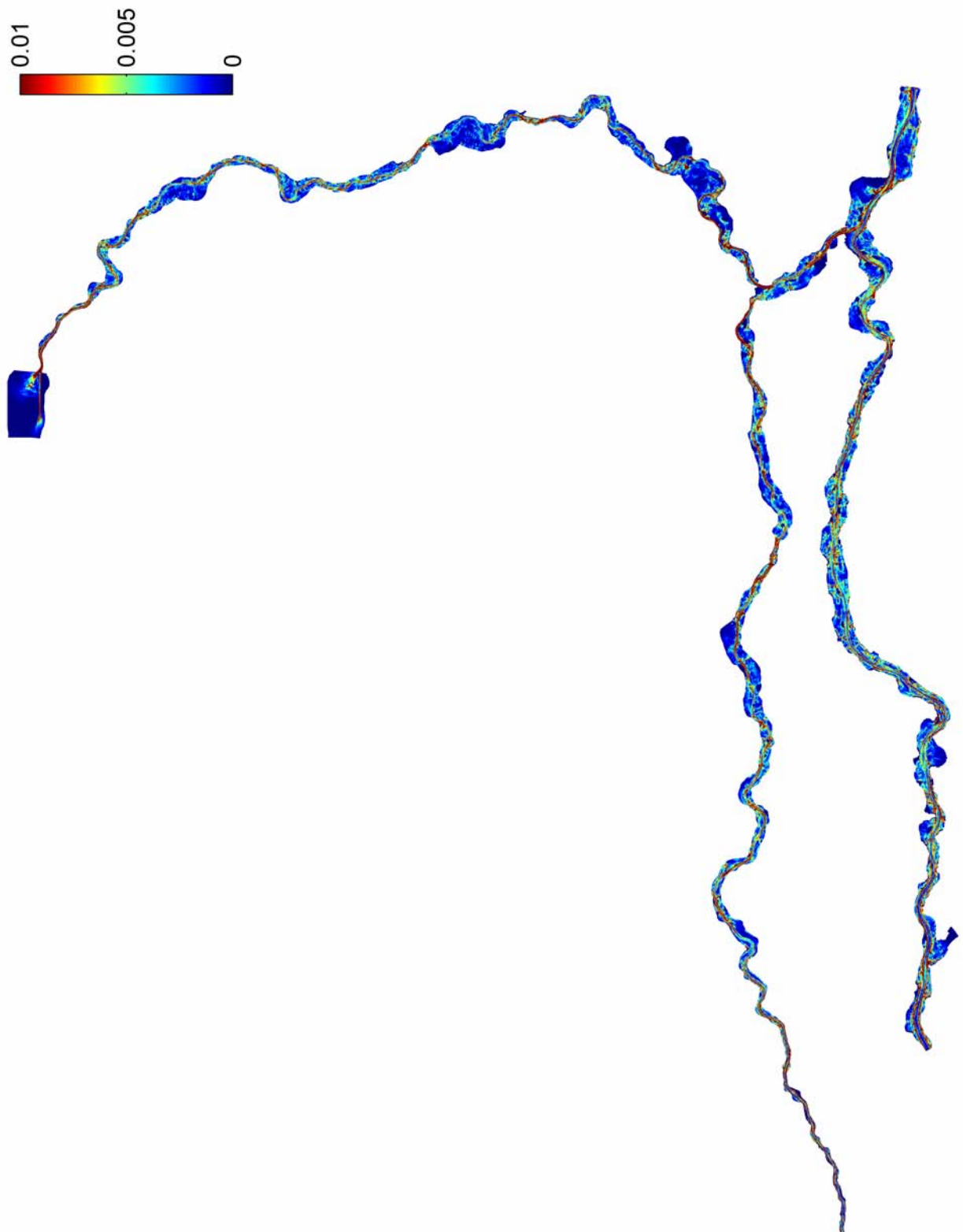
B Figuren



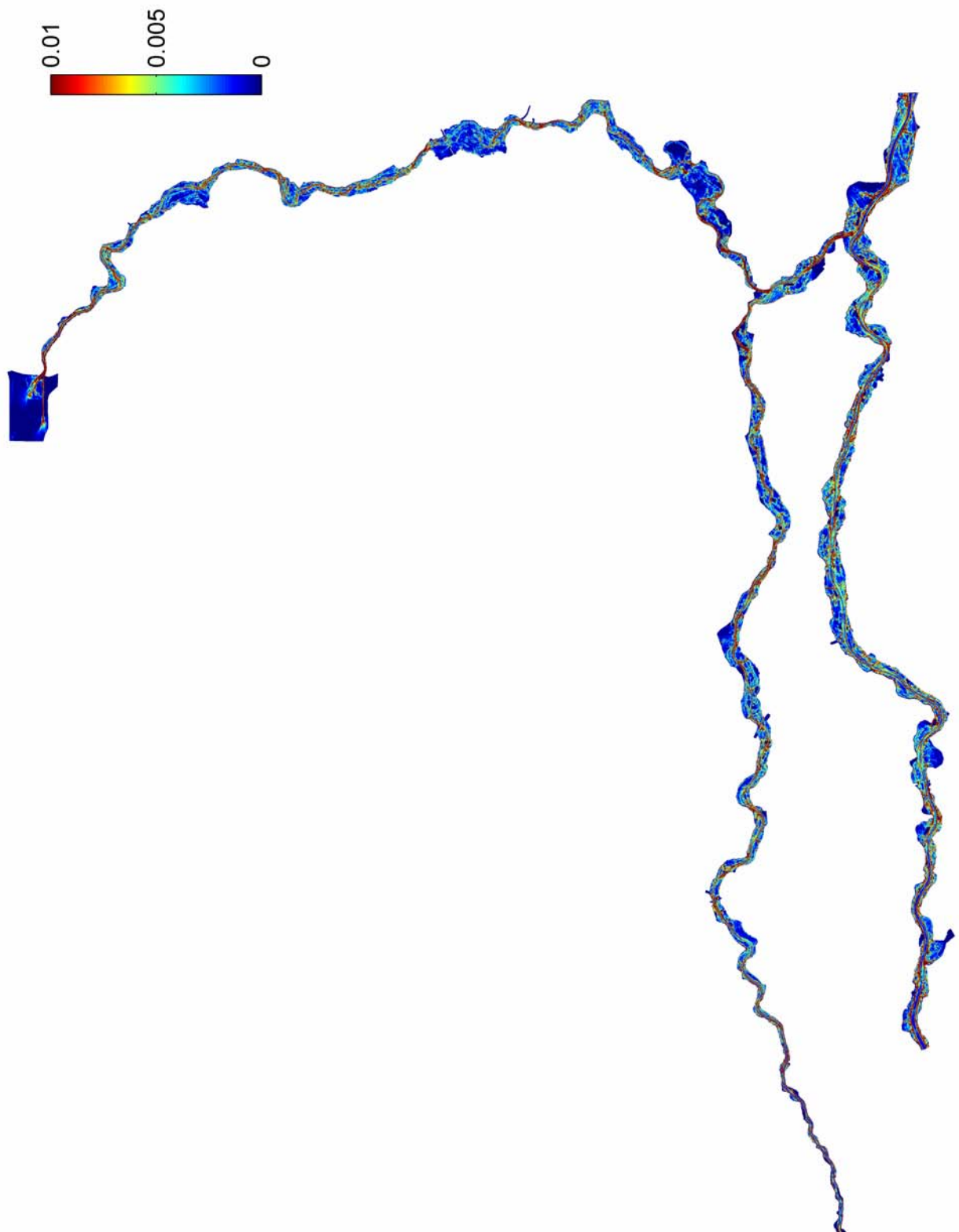
Figuur B-1a. dxh, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



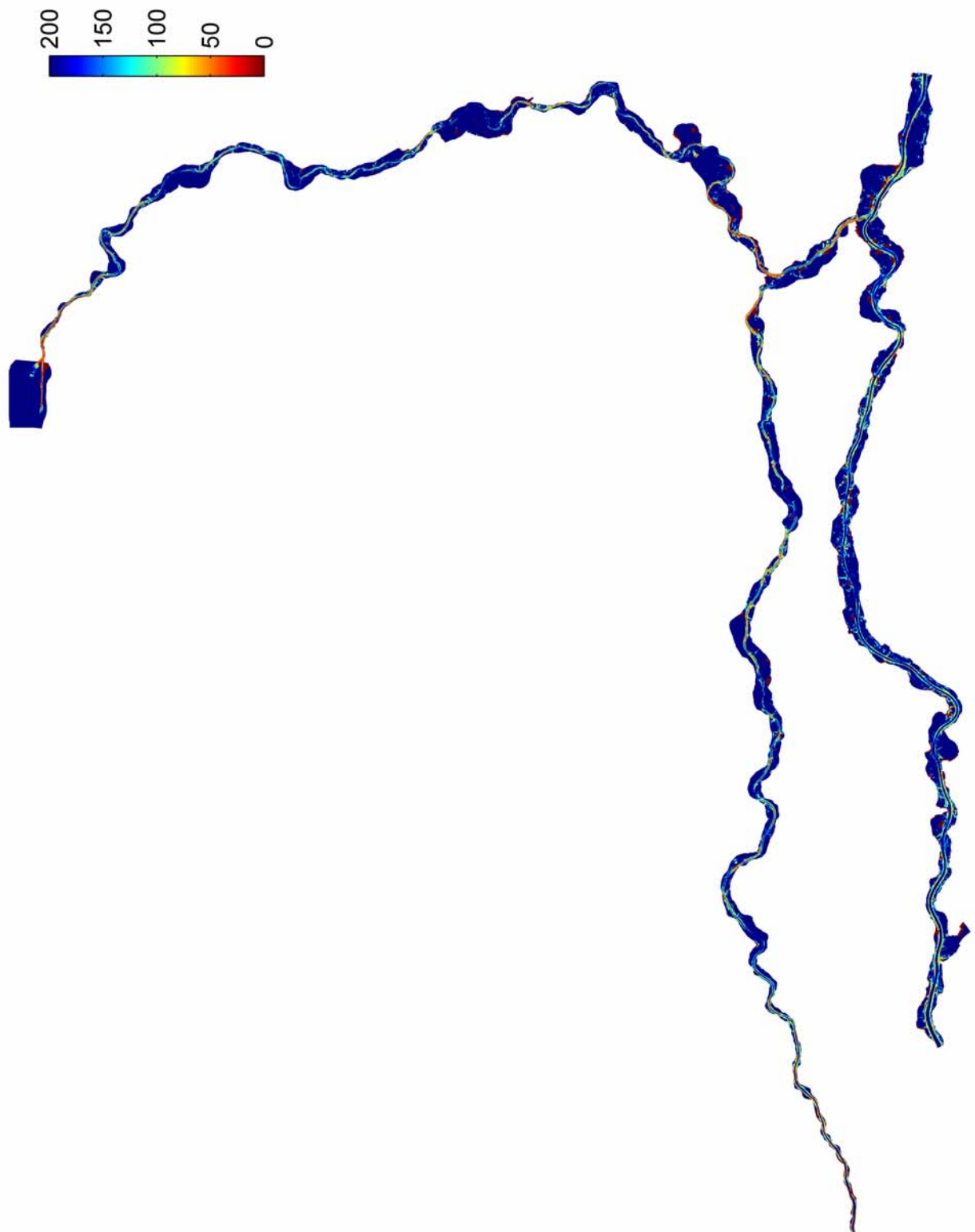
Figuur B-1b. dxh, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



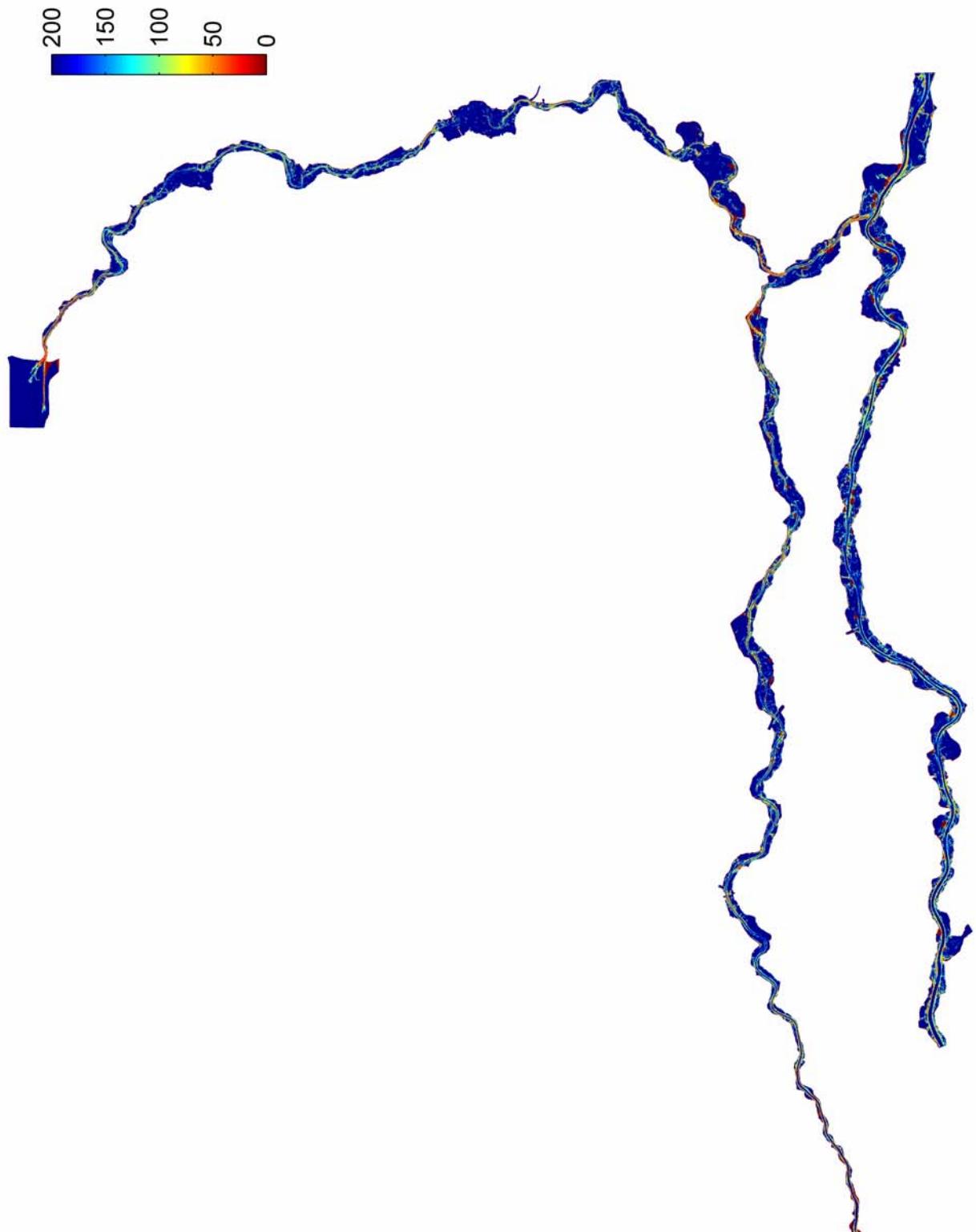
Figuur B-2a. S, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



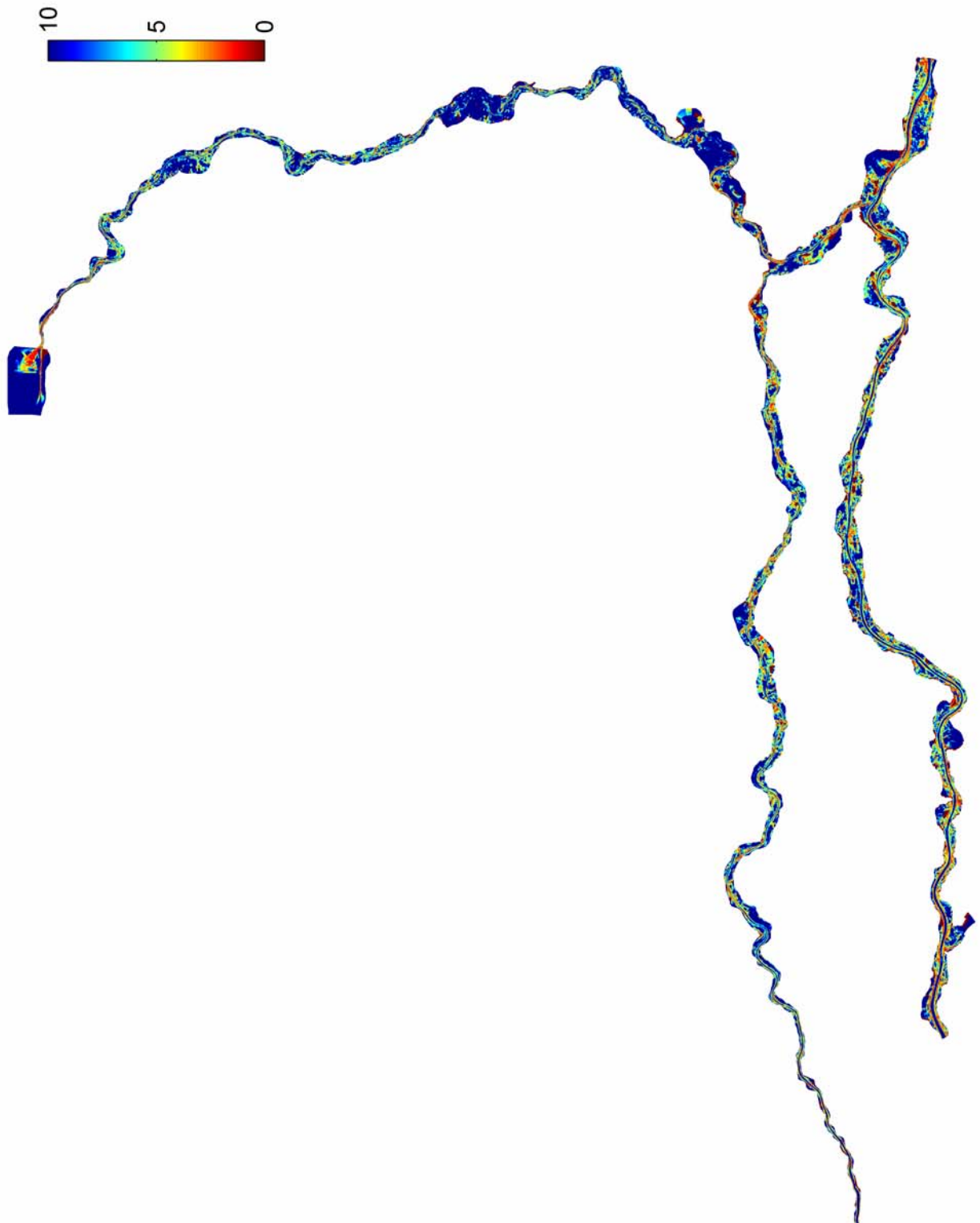
Figuur B-2b. S, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($\nu_{in}=0,5$ [m²/s])



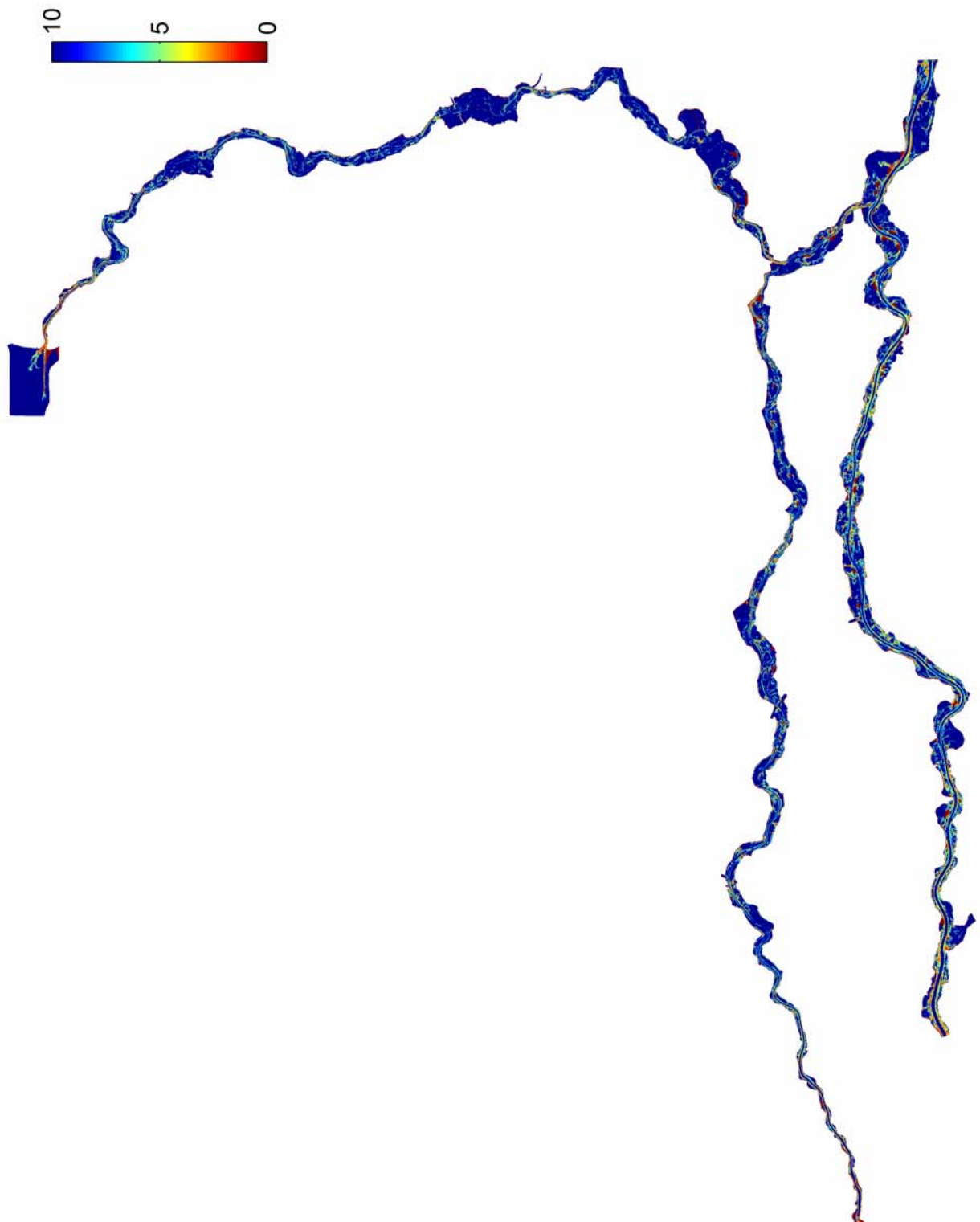
Figuur B-3a. $L_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



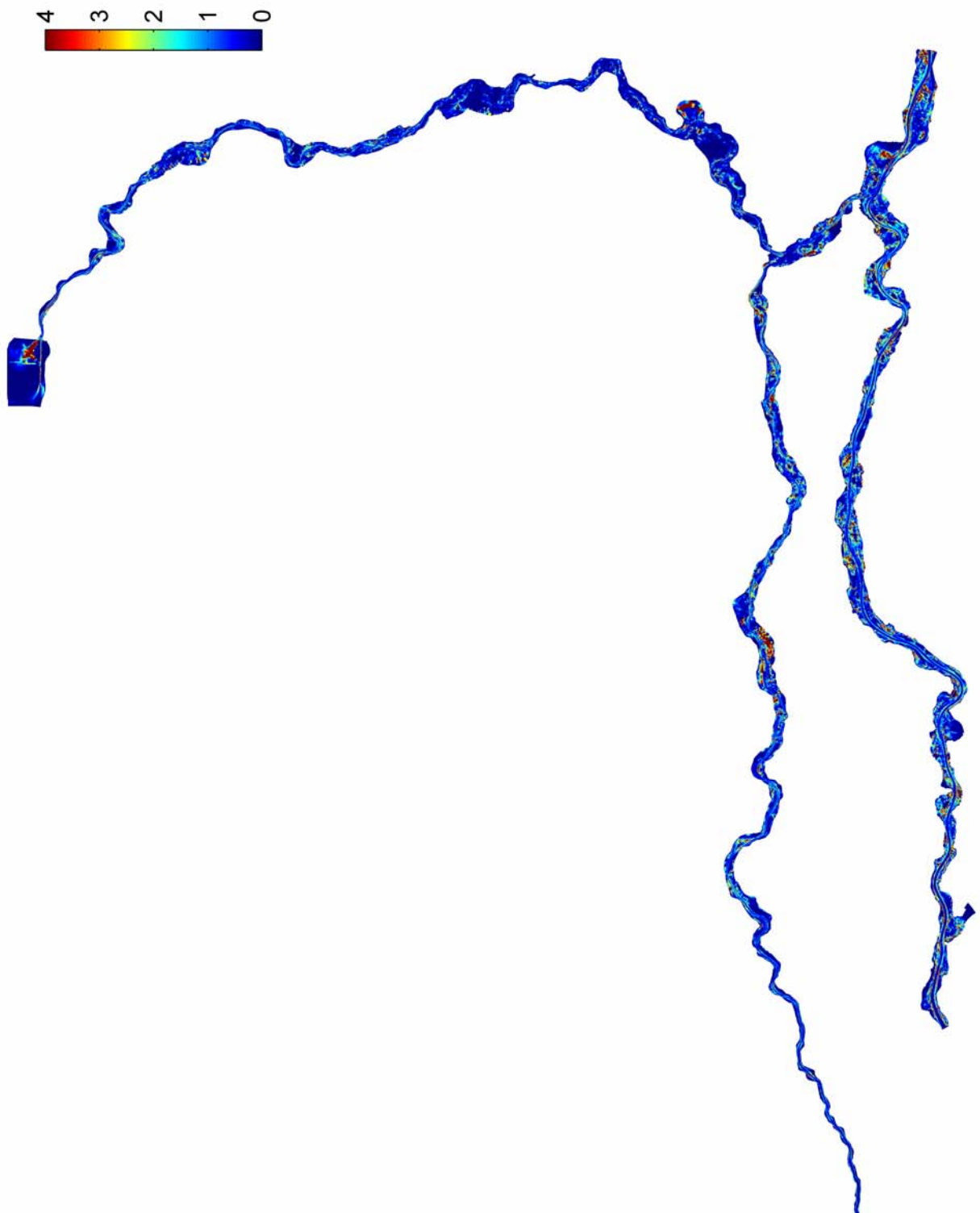
Figuur B-3b. $L_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



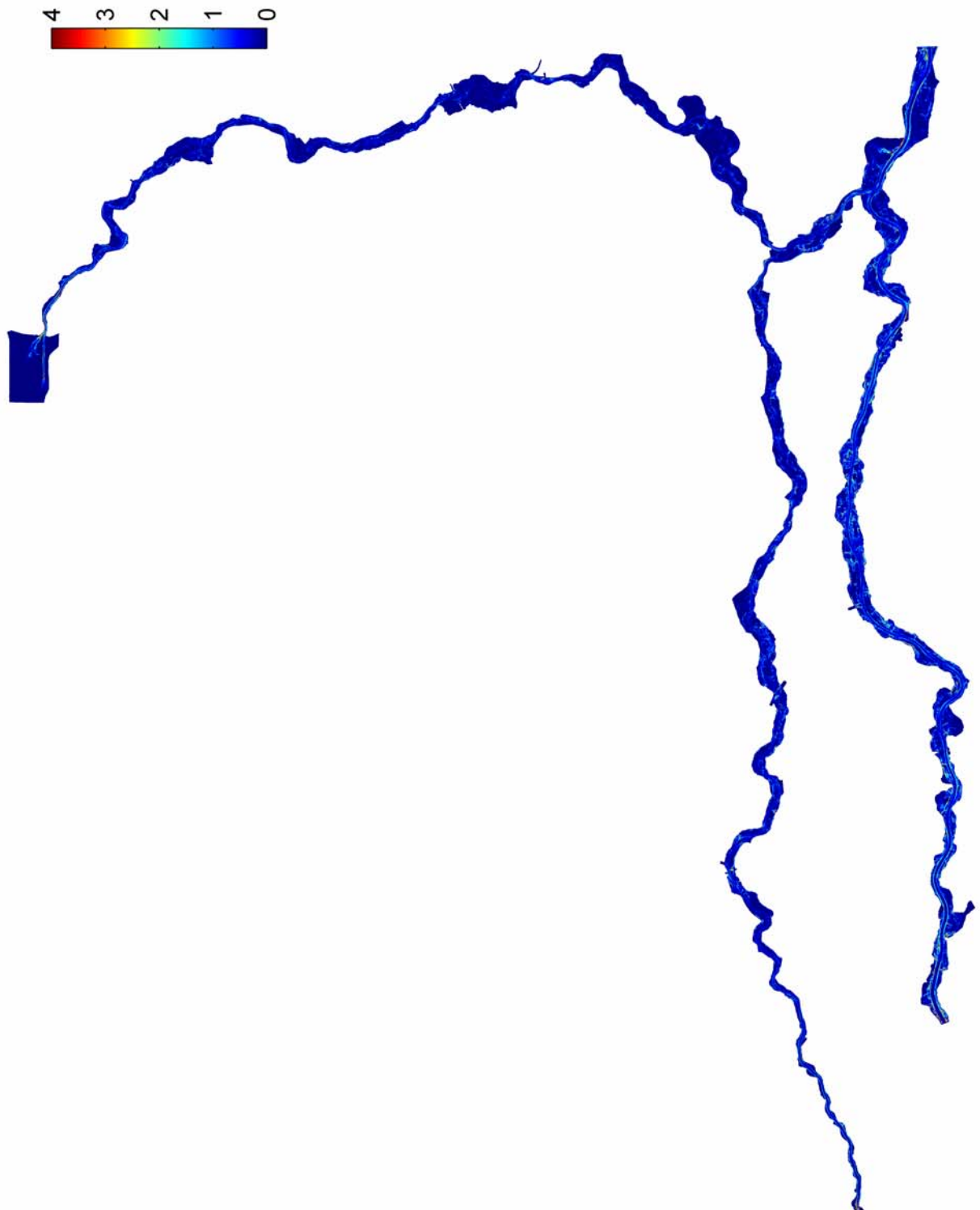
Figuur B-4a. $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



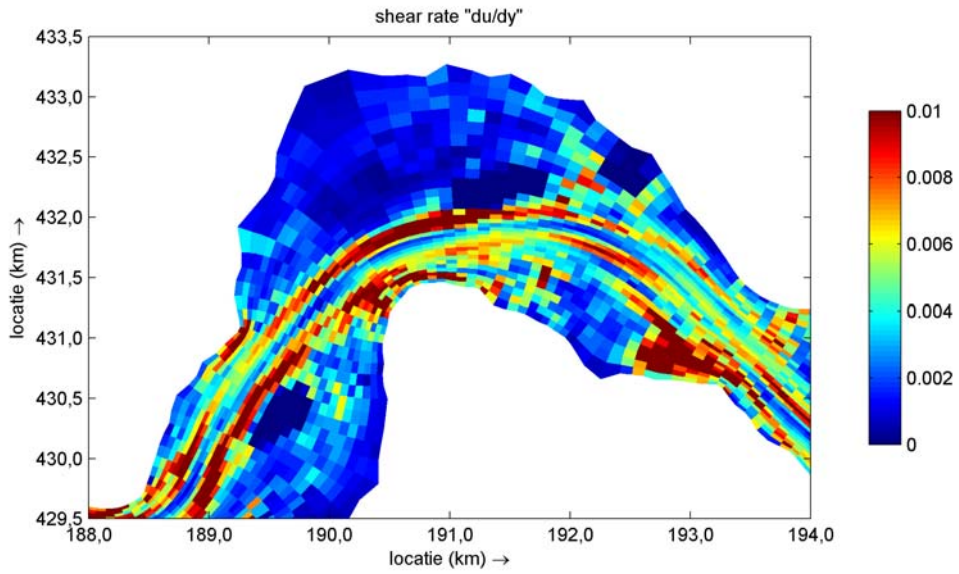
Figuur B-4b. $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5 \text{ [m}^2/\text{s]}$)



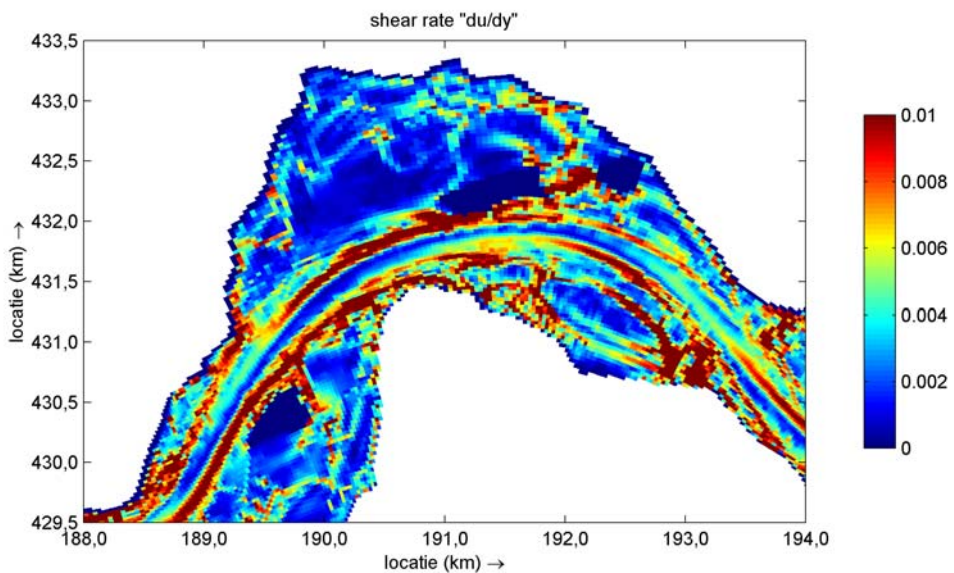
Figuur B-5a. $\overline{v_T}^{(2D)}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



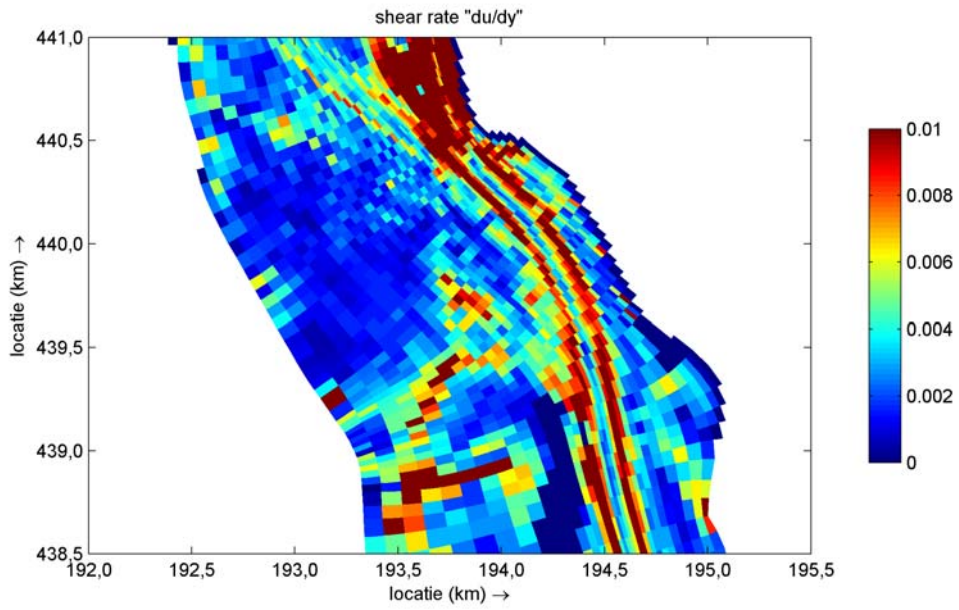
Figuur B-5b. $\bar{v}_T^{(2D)}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



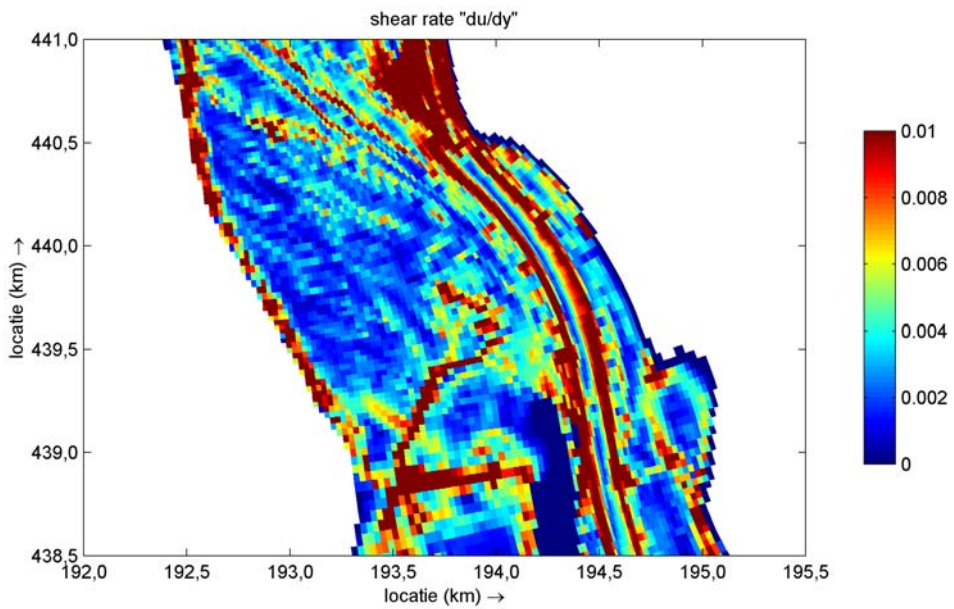
Figuur B-6a. Bemmel, Reksnelheid S, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



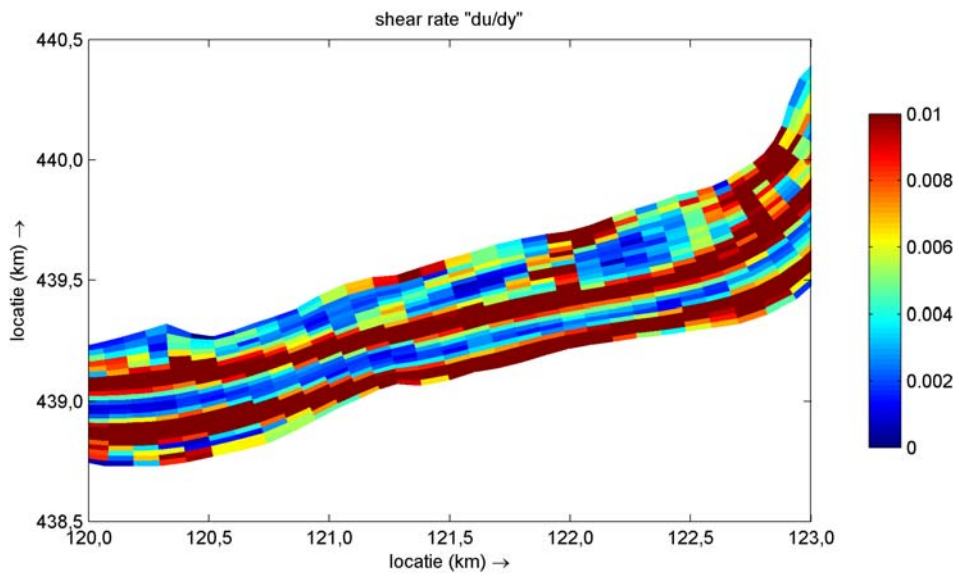
Figuur B-6b. Bemmel, Reksnelheid S, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



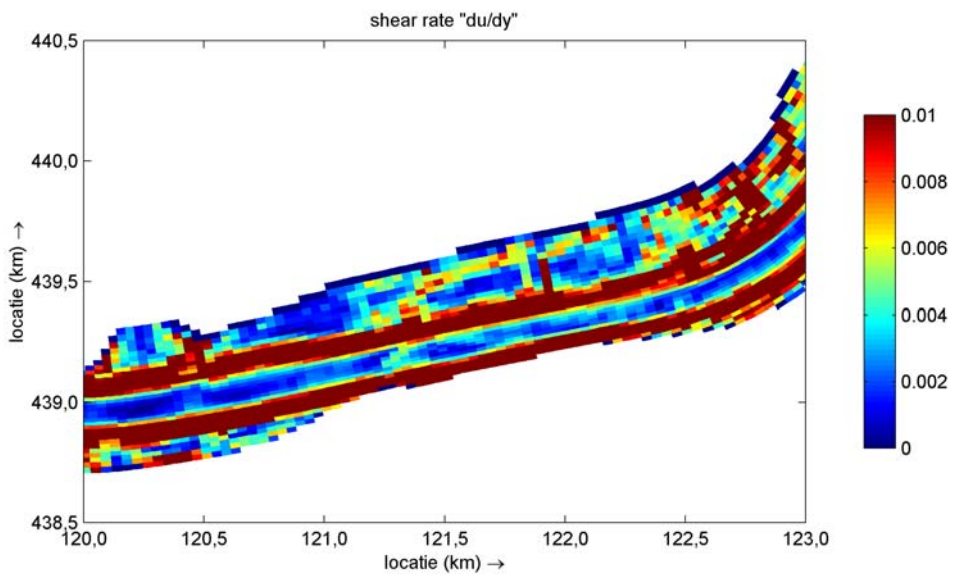
Figuur B-7a. Huissen, Reksnelheid S, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



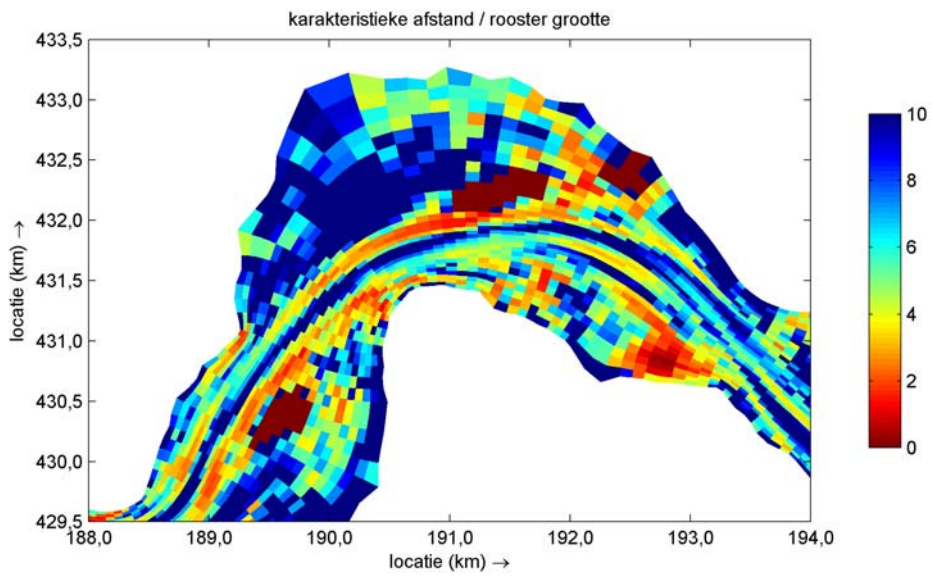
Figuur B-7b. Huissen, Reksnelheid S, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



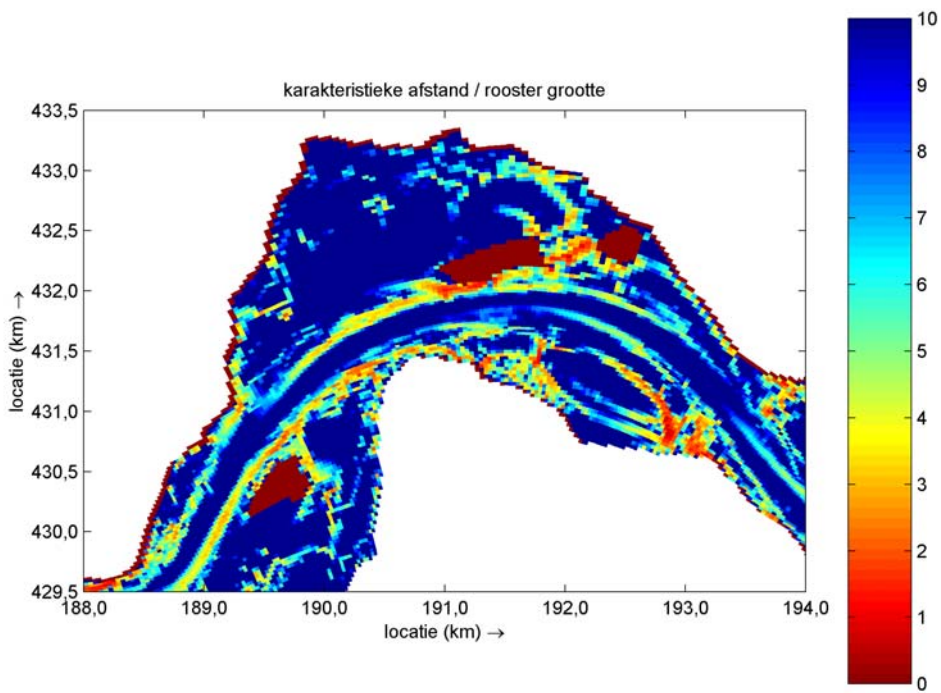
Figuur B-8a. Schoonhoven, Reksnelheid S, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



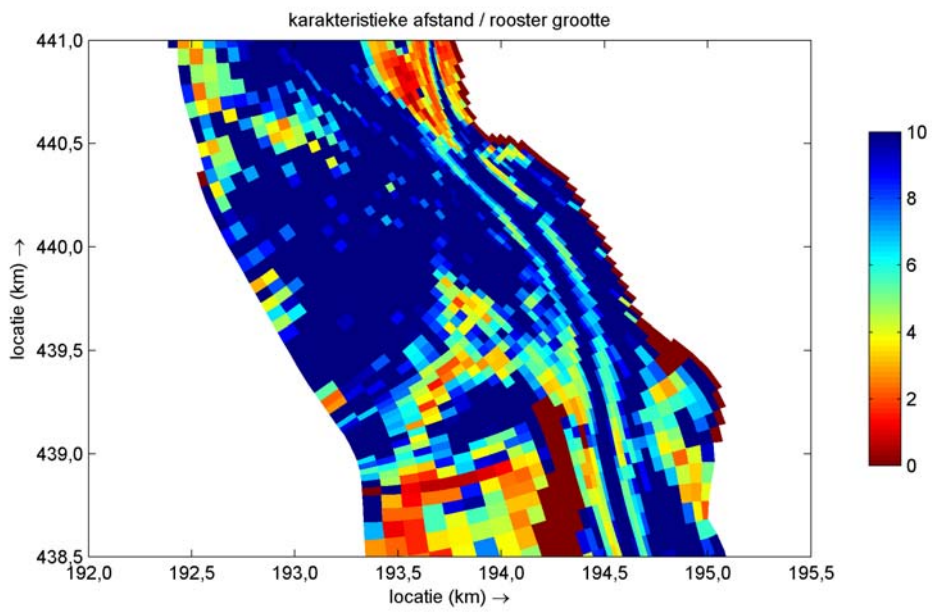
Figuur B-8b. Schoonhoven, Reksnelheid S, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



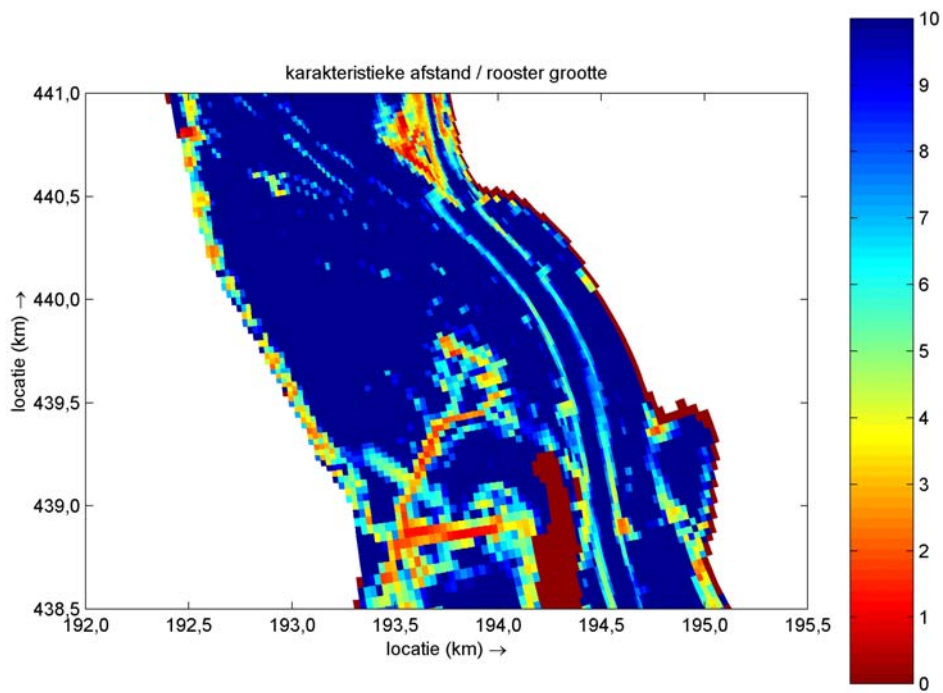
Figuur B-9a. Bemmel, $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m^2/s])



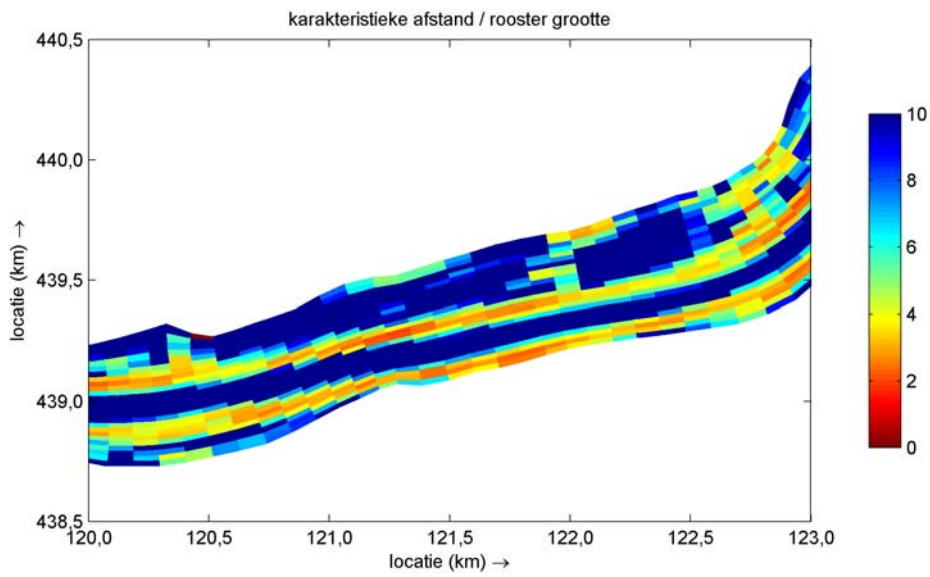
Figuur B-9b. Bemmel, $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5$ [m^2/s])



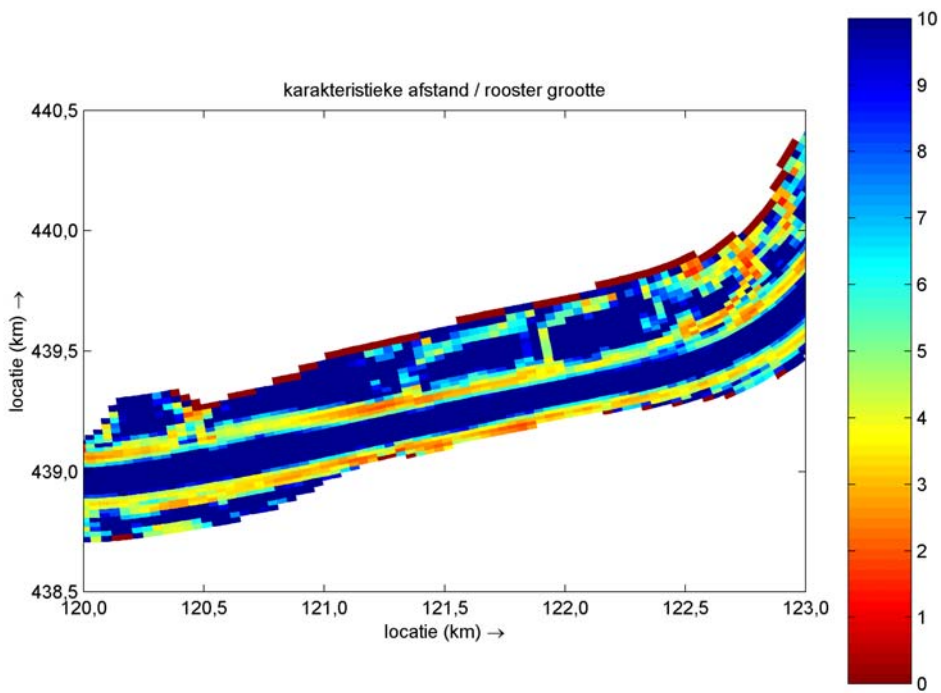
Figuur B-10a. Huissen, $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m^2/s])



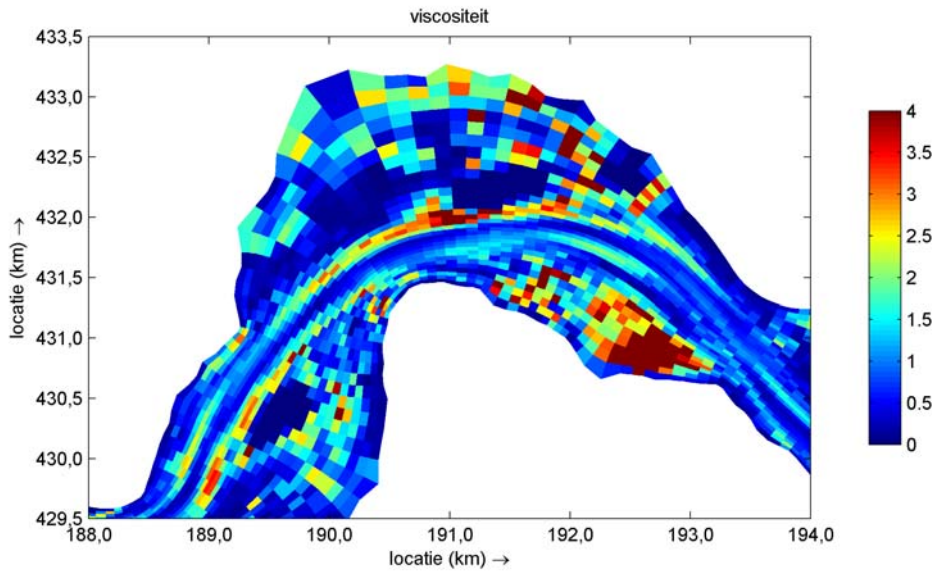
Figuur B-10b. Huissen, $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5$ [m^2/s])



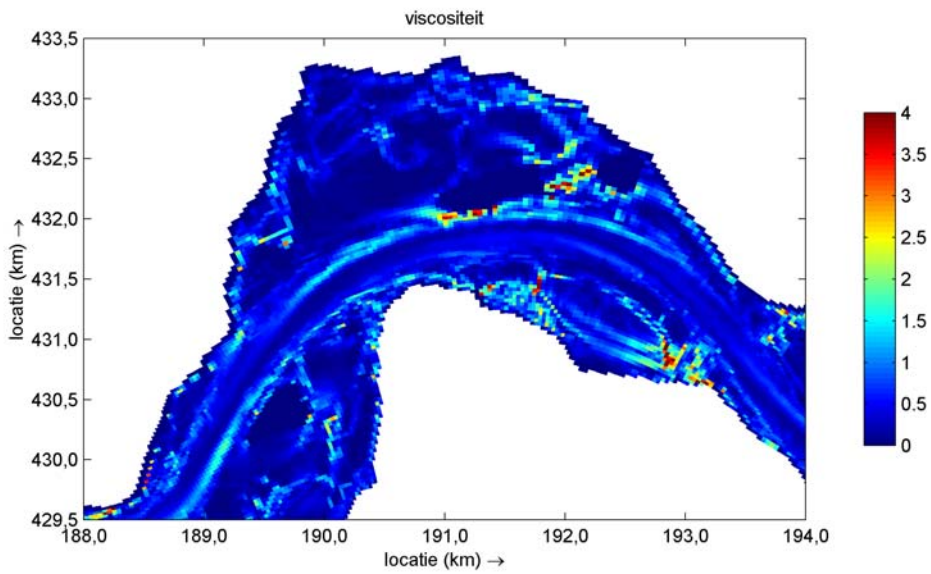
Figuur B-11a. Schoonhoven, $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



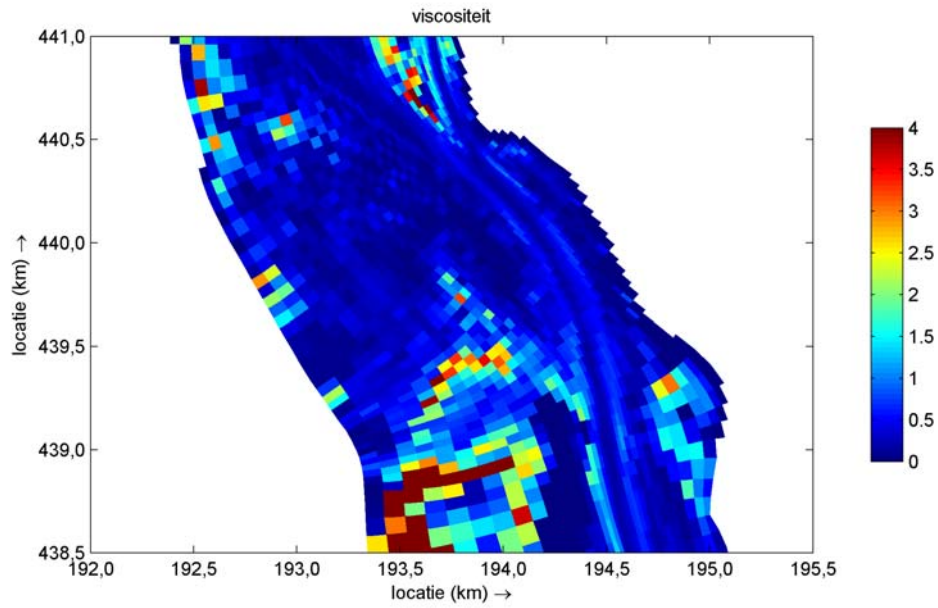
Figuur B-11b. Schoonhoven, $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



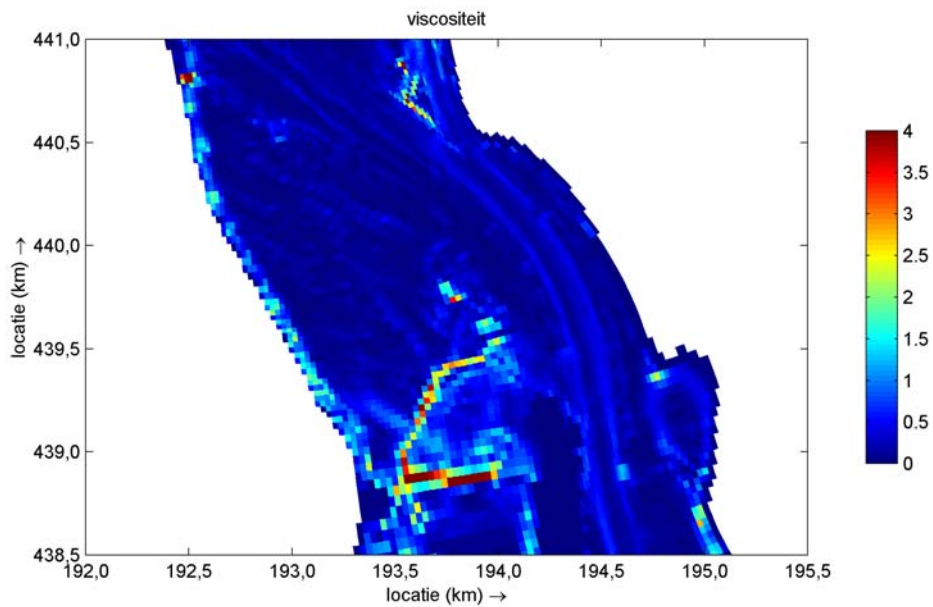
Figuur B-12a. Bommel, $\overline{v_T}^{(2D)}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



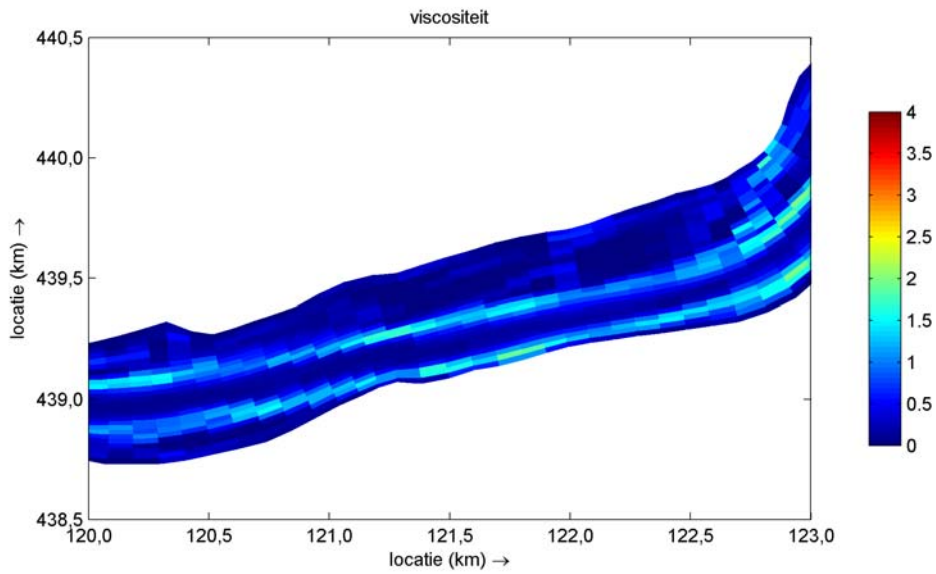
Figuur B-12b. Bommel, $\overline{v_T}^{(2D)}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



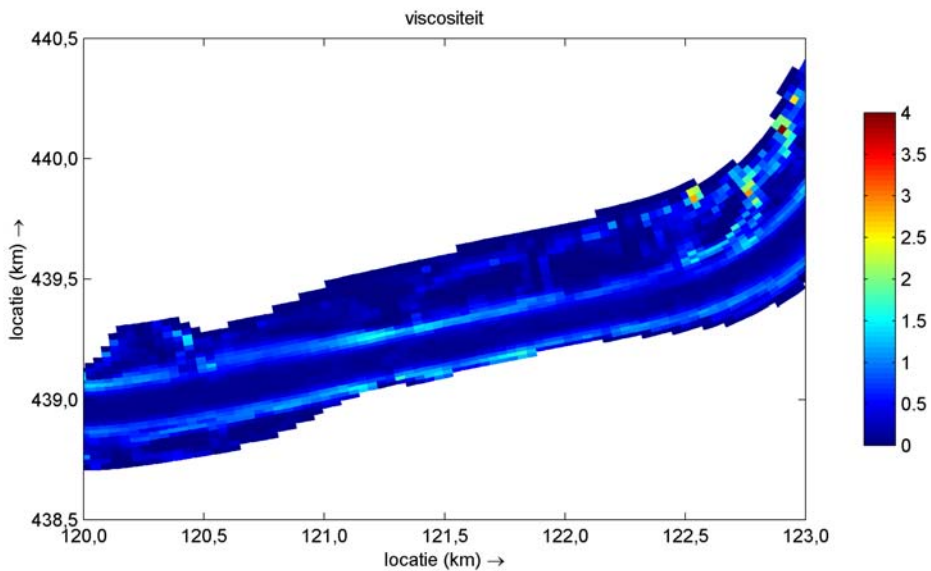
Figuur B-13a. Huissen, $\overline{V}_T^{(2D)}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



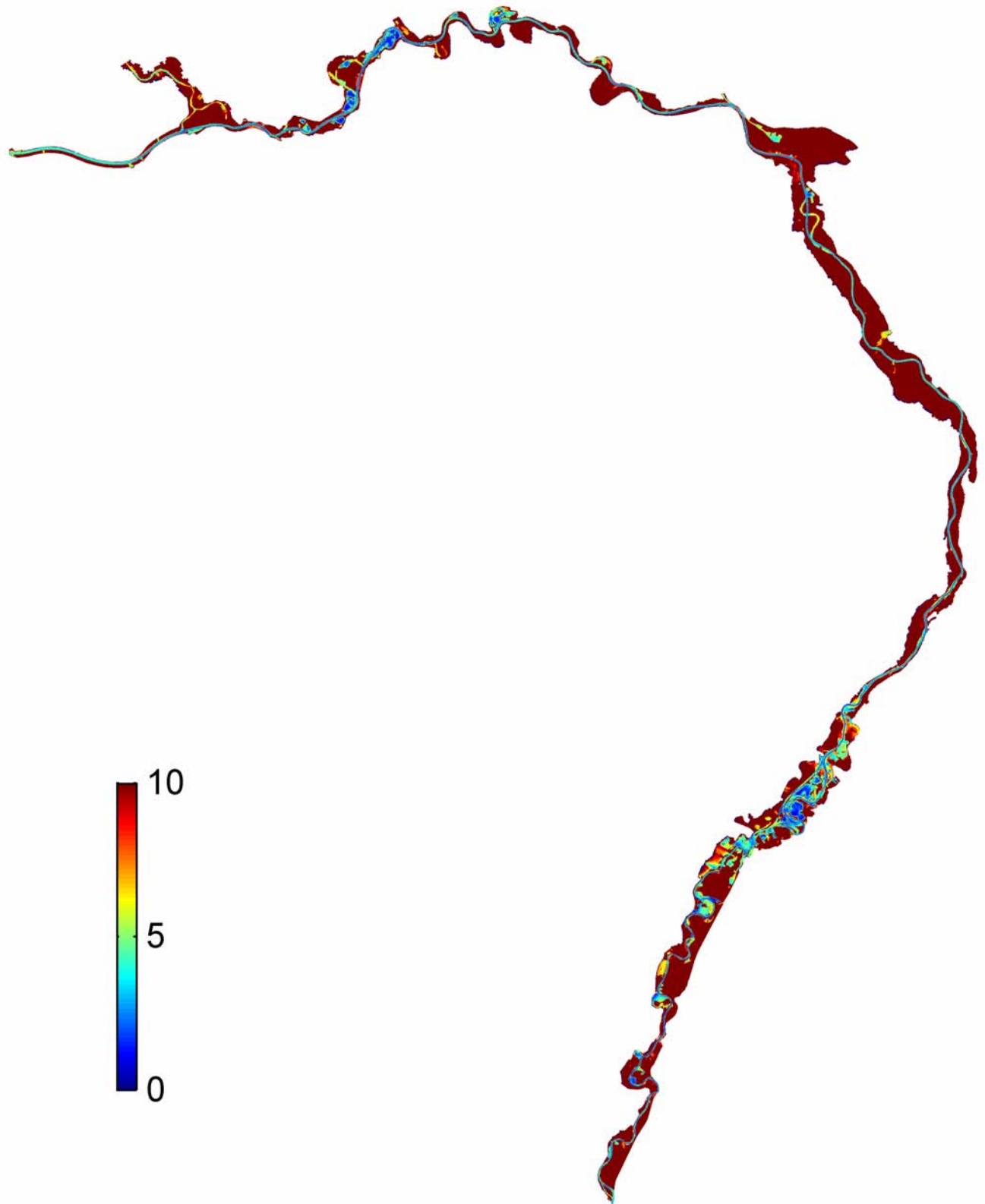
Figuur B-13b. Huissen, $\overline{V}_T^{(2D)}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



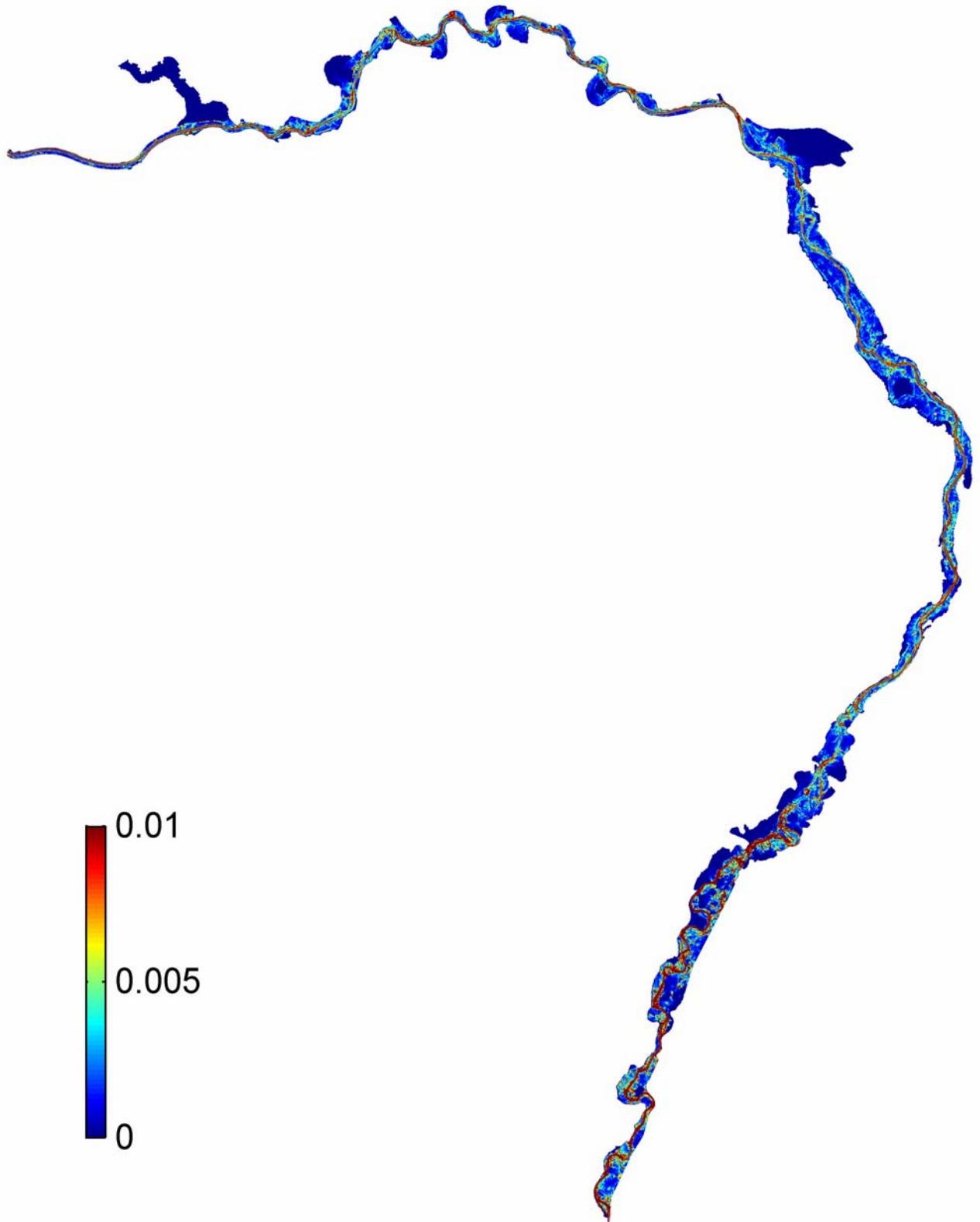
Figuur B-14a. Schoonhoven, $\overline{v_T}^{(2D)}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m^2/s])



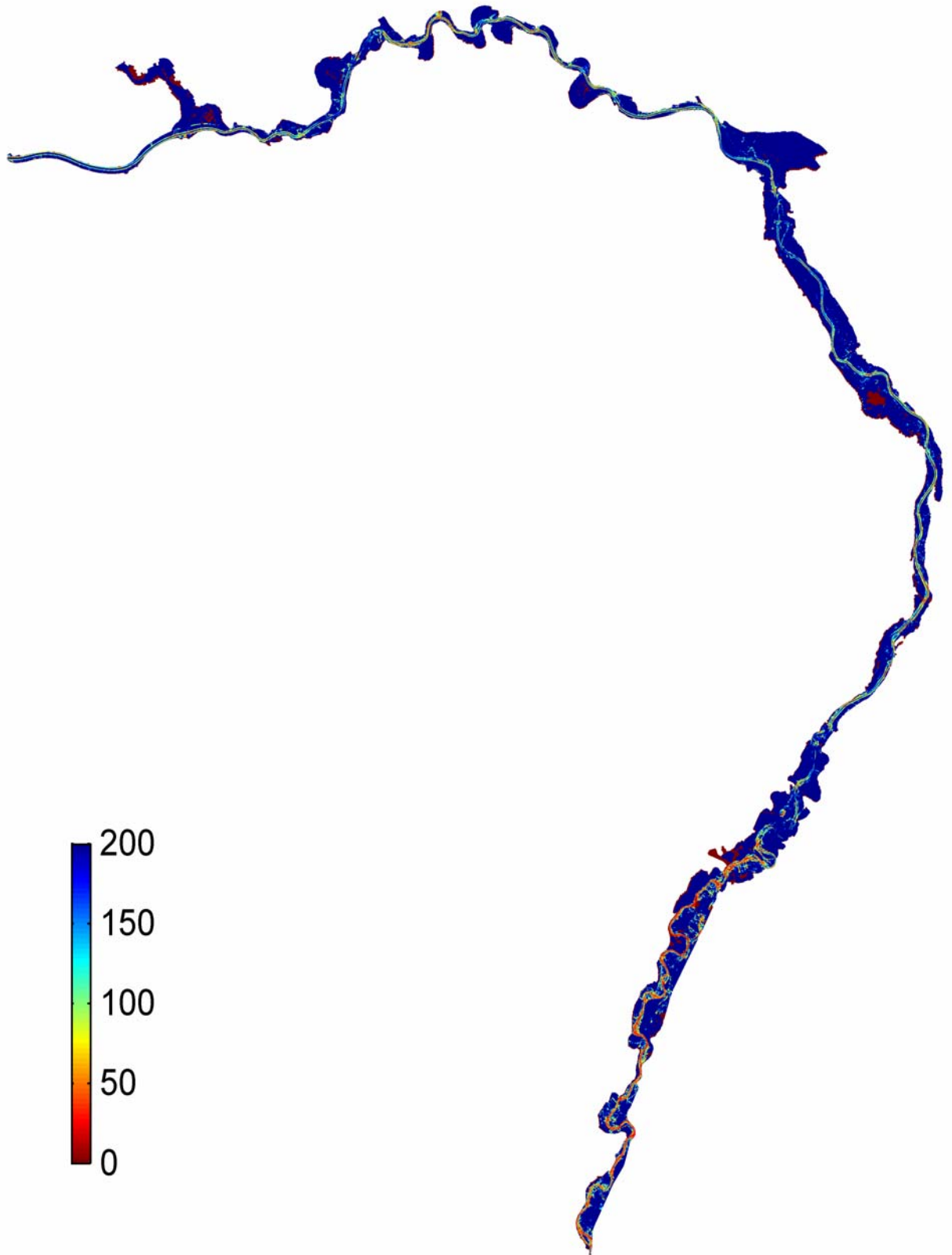
Figuur B-14b. Schoonhoven, $\overline{v_T}^{(2D)}$, WAQUA Rijntakkenmodel met fijnmazig rooster ($v_{in}=0,5$ [m^2/s])



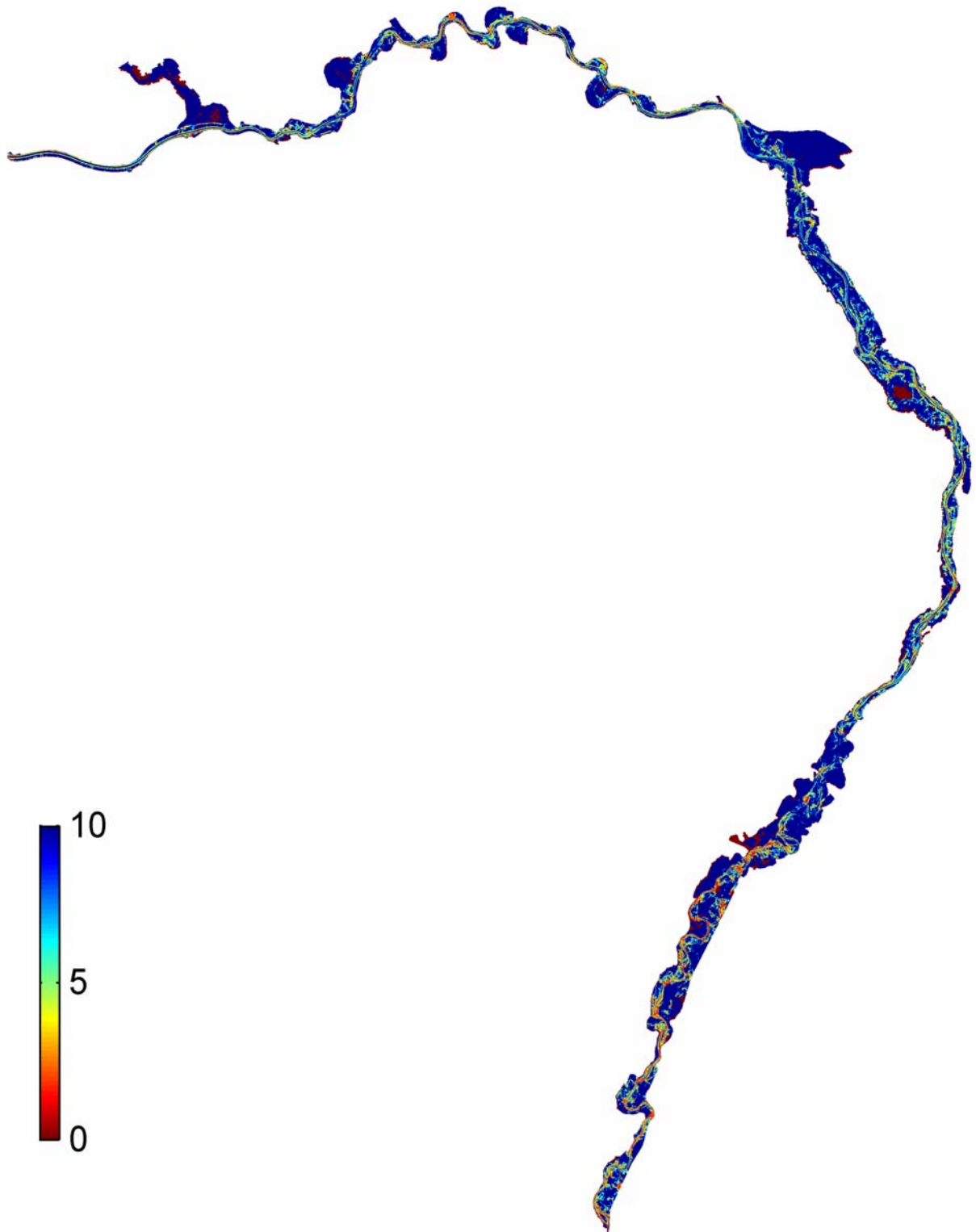
Figuur B-15. dxh , WAQUA model van de Maas met grof rooster ($V_{in}=0,5$ [m^2/s])



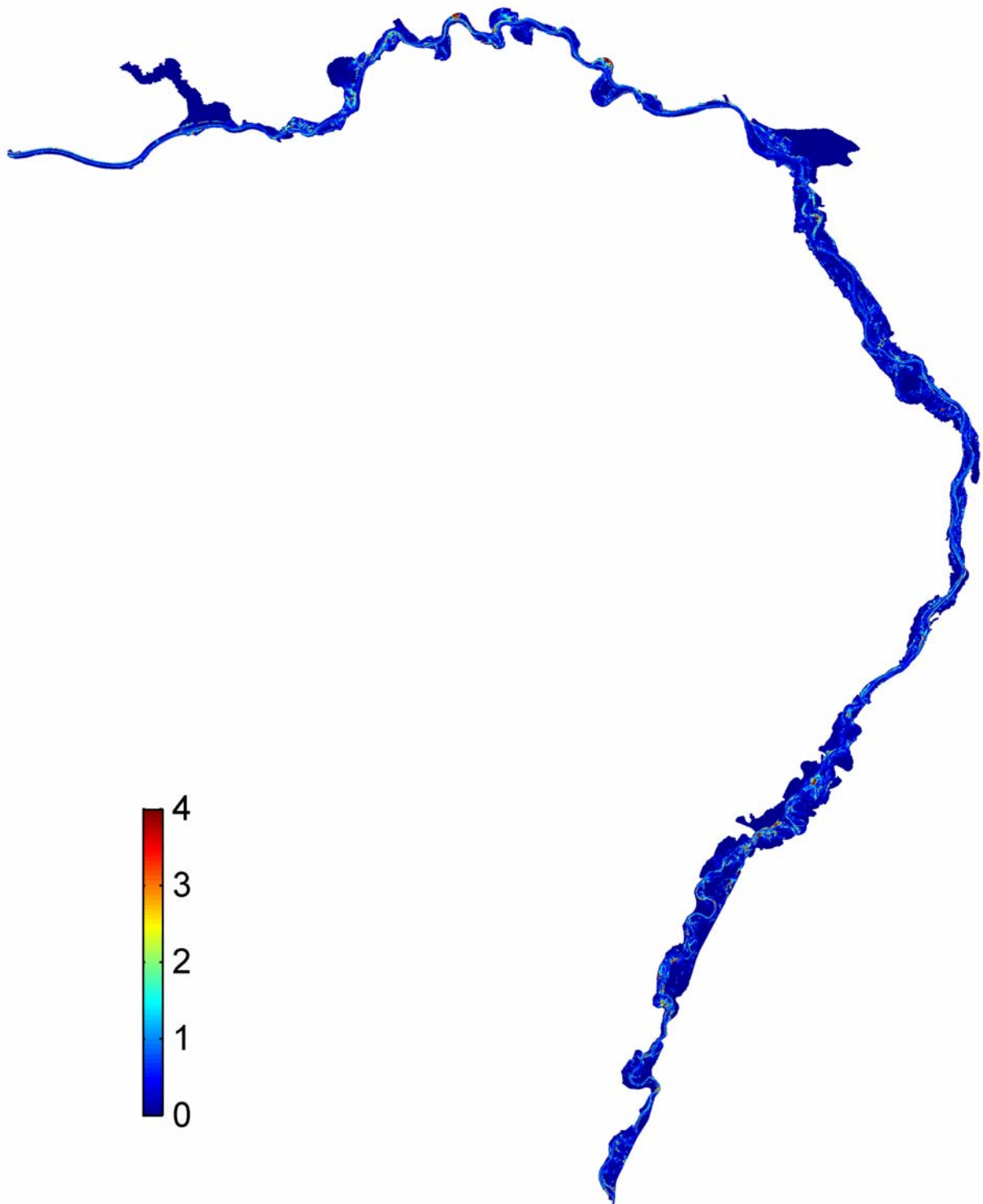
Figuur B-16. S, WAQUA model van de Maas met grof rooster ($v_{in} = 0,5 \text{ [m}^2/\text{s]}$)



Figuur B-17. $L_{\partial u}$, WAQUA model van de Maas met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])



Figuur B-18. $N_{\partial u}$, WAQUA Rijntakkenmodel met grof rooster ($V_{in}=0,5$ [m²/s])



Figuur B-19. $\overline{v_T}^{(2D)}$, WAQUA model van de Maas met grof rooster ($v_{in}=0,5$ [m²/s])