



Beoordelen van niet-waterkerende objecten met behulp van invloedsfactor

Iv-Infra b.v.

Ingenieursbureau met Passie voor Techniek

Titel document: Beoordelen van niet-waterkerende objecten met behulp van
invloedsfactor

Referentie: INFR180727

Revisie: 0

Datum: 24 juni 2022

Auteurs: M. Monden
D. Wubben

Vrijgave: T. Feenstra



Samenvatting

In deze notitie is de methode toegelicht die is ontwikkeld om de niet-waterkerende objecten (NWO's) op de primaire keringen in het beheergebied van Hoogheemraadschap van Schieland en de Krimpenerwaard te beoordelen. De basisgedachte van de methode is dat per object (en per faalmechanisme) een 'invloedsfactor' wordt bepaald (in de beoordelingsrapportage nog 'verschalingsfactor' genoemd), die aangeeft hoe veel groter de faalkans van de waterkering wordt door aanwezigheid van het object. Met deze invloedsfactor en de in de reguliere beoordeling van het dijklichaam bepaalde faalkans kan worden bepaald of de kering ook met aanwezigheid van het NWO aan de faalkanseis voldoet. Voor de invloedsfactor geldt:

$$r = \frac{P(F)}{P_{ref}}$$

Waarin:

r	=	invloedsfactor	[-]
P(F)	=	kans op falen van de waterkering met NWO	[1/jaar]
P _{ref}	=	kans op falen van de waterkering zonder NWO	[1/jaar]

Om de invloedsfactor te bepalen dient eerst een faalpadenboom te worden opgesteld, waarbij in kaart wordt gebracht welke verschillende gebeurtenissen moeten optreden voordat een overstroming ontstaat. In algemene zin kan de faalpadenboom van een waterkering met NWO beschreven worden zoals is weergegeven in onderstaande figuur. Er zijn meerdere gebeurtenissen die tot bezwijken van een NWO kunnen leiden, en na het bezwijken van een NWO zijn er nog meerdere gebeurtenissen die tot een gunstigere of ongunstigere situatie leiden voor het falen van de waterkering. Ook een niet gefaald NWO kan invloed hebben op de faalkans van de waterkering. Een generieke faalpadenboom van een waterkering met NWO is weergegeven in onderstaande figuur.



Welke gebeurtenissen moeten optreden voor een ongunstige situatie ontstaat hangt af van het faalmechanisme en van de zone waar het object in staat. De faalpadenbomen worden daarom specifiek gemaakt per faalmechanisme en per zone waar het object zich bevindt (kruin, binnentalud, etc.).

Vervolgens wordt de kans van optreden van de verschillende gebeurtenissen (gegeven het optreden van de voorgaande gebeurtenissen) kwalitatief ingeschat. Voor de laatste gebeurtenis, het falen van de waterkering, wordt geen kans gegeven maar een factor, die aangeeft hoeveel groter de kans op falen van de waterkering is na optreden van de voorafgaande gebeurtenissen in het faalpad. Deze factor (in feite de invloedsfactor van één faalpad) kan op twee manieren bepaald worden: Door middel van een kwalitatieve inschatting (eenvoudig) of met een nadere analyse (gedetailleerd). Een voorbeeld van een nadere analyse is een stabiliteitsberekening waarbij wordt gerekend met de ontgrondingskuil van een boom. Door de berekende faalkans met ontgrondingskuil te vergelijken met de faalkans zonder ontgrondingskuil wordt de 'invloedsfactor' van het specifieke faalpad bepaald. Hierbij kan per faalmechanisme gebruik worden gemaakt van een maatgevend object per vak of cluster.

Door de kansen en factoren van alle faalpaden in een faalpadenboom in te vullen kan vervolgens de totale invloedsfactor per faalmechanisme worden bepaald. Hiermee, en met de resultaten van de beoordeling van de 'reguliere faalmechanismen', kan tenslotte worden bepaald of het faalmechanisme ook met de aanwezigheid van de objecten nog aan de faalkanseis voldoet. Ook hiervoor zijn een eenvoudige en een gedetailleerde methode beschikbaar. Bij de eenvoudige methode wordt de invloedsfactor vertaald naar een risicoklasse, die vervolgens wordt gecombineerd met de categorie van het toetsoordeel van het reguliere faalmechanisme. Indien voor een specifiek faalmechanisme de NWO's een lage risicoklasse hebben en het toetsoordeel van dit faalmechanisme ook in een lage categorie (I_v, II_v of III_v) valt is de faalkans ook met invloed van de NWO's voldoende. Bij een hoge risicoklasse en/of toetsoordeelcategorie is de invloed niet verwaarloosbaar en worden de objecten met de gedetailleerde methode verder beoordeeld.

Bij de gedetailleerde methode wordt per dijkvak de faalkans van het faalmechanisme vermenigvuldigd met de invloedsfactor (van dit faalmechanisme) van het maatgevende object per cluster. Hiermee wordt de faalkans van het faalmechanisme inclusief de invloed van de bomen voor dit dijkvak verkregen. Deze wordt vervolgens vergeleken met de faalkanseis om te beoordelen of het dijkvak inclusief NWO's aan de eisen voldoet.

Inhoudsopgave

1	Inleiding	7
1.1.	Aanleiding	7
1.2.	Doel van deze notitie	7
1.3.	Eisen aan de methode	7
1.4.	Leeswijzer	7
2	Beschrijving van de methode	8
2.1.	Eenvoudige beoordeling	8
2.1.1.	Stap 1: Uitwerken faalpaden	8
2.1.2.	Stap 2: Bepalen risicoklasse per object	11
2.1.3.	Stap 3: Oordeel eenvoudige toets	12
2.2.	Gedetailleerde beoordeling	14
2.2.1.	Stap 1: Clustering objecten	14
2.2.2.	Stap 2: Berekening invloedsfactor	14
2.2.3.	Stap 3: Oordeel gedetailleerde toets	16
2.3.	Automatisering	17
2.3.1.	Bepalen/actualiseren afmetingen objecten	17
2.3.2.	Verwerking gegevens in GIS	17
3	Uitgewerkt voorbeeld	19
3.1.	Faalpadenboom	19
3.2.	Inschatting van kansen	20
3.3.	Inschatting van invloedsfactoren per faalpad	21
3.4.	Berekening totale invloedsfactor	22
3.5.	Vertaling invloedsfactor naar toetsoordeel	22
3.5.1.	Eenvoudige beoordeling	22
3.5.2.	Gedetailleerde beoordeling	24
4	Literatuurlijst	25

1 Inleiding

1.1. Aanleiding

De Waterwet schrijft voor dat alle primaire waterkeringen in Nederland elke 12 jaar beoordeeld worden op de veiligheid. Sinds 2017 gebeurt dit aan de hand van het Wettelijk Beoordelingsinstrumentarium (WBI 2017). Onderdeel van deze beoordeling is het beoordelen van de invloed van niet-waterkerende objecten (NWO's) op de veiligheid van de waterkering. Een NWO is een object dat in, op of nabij de waterkering staat en mogelijk een negatieve invloed heeft op de stabiliteit en veiligheid van de waterkering. Voorbeelden van NWO's zijn bomen, gebouwen en leidingen.

Het Hoogheemraadschap van Schieland en de Krimperwaard (HHSK) heeft in, op en nabij haar 70 km primaire keringen bijna 18.000 bomen en ruim 3.000 gebouwen staan. De invloed van al deze objecten op de waterveiligheid moet beoordeeld worden. Echter is de standaardmethode conform het WBI2017 minder geschikt voor grote aantallen objecten. Om de NWO's van HHSK te kunnen beoordelen hebben Iv-Infra en TAUW gezamenlijk een methode ontwikkeld die geschikt is voor grote aantallen objecten, en waarmee individuele objecten van een oordeel worden voorzien.

1.2. Doel van deze notitie

De beoordeling van de NWO's in het beheergebied van HHSK is gerapporteerd in een afzonderlijke rapportage [2]. In deze rapportage wordt tevens de werking van de methode beschreven, echter is deze rapportage zeer omvangrijk en is de beschrijving van de methode verdeeld over verschillende bijlagen. Vanuit diverse andere keringbeheerders en De Innovatie Versneller (DIV) is interesse getoond in de door HHSK gebruikte methode. Het doel van dit document is daarom het beknopt en eenduidig toelichten van de ontwikkelde methode, zodat deze in de toekomst mogelijk ook door andere partijen kan worden toegepast.

1.3. Eisen aan de methode

Om grote aantallen objecten te kunnen beoordelen is het wenselijk om het aantal individuele berekeningen en de benodigde gegevens beperkt te houden. Daarnaast moest de methode geschikt zijn voor automatisering, zodat zo min mogelijk handwerk noodzakelijk is.

Een tweede eis was dat, in het kader van de zorgplicht, niet alleen de invloed van de objecten op de faalkans binnen de 'standaard' faalmechanismen wordt meegenomen, maar dat er ook een oordeel aan de objecten zelf wordt gegeven. Hiermee is het namelijk makkelijker om beheer en beleid vorm te geven, bijvoorbeeld door het kappen van bepaalde bomen die een gevaar vormen.

1.4. Leeswijzer

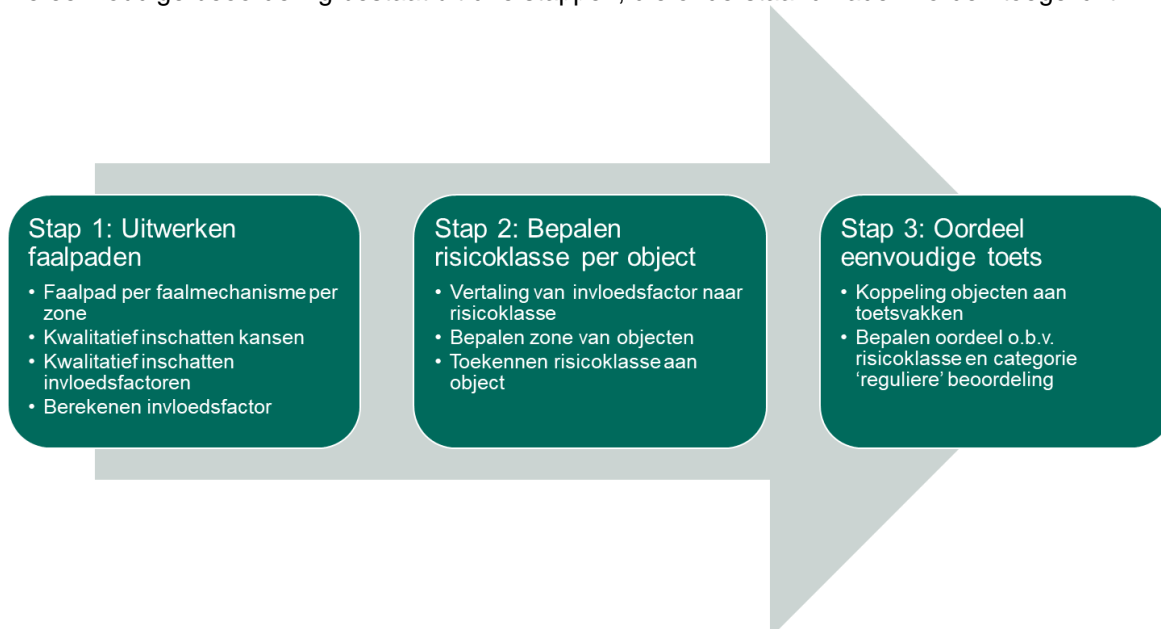
In hoofdstuk 2 wordt de ontwikkelde methode toegelicht, in hoofdstuk 3 wordt deze toegelicht aan de hand van een uitgewerkt voorbeeld. In hoofdstuk 4 is ten slotte een lijst met referenties opgenomen.

2 Beschrijving van de methode

In de methode zoals toegepast in de beoordeling voor HHSK is onderscheid gemaakt in twee fases, een eenvoudige beoordeling en een gedetailleerde beoordeling. De eerste wordt toegelicht in paragraaf 2.1, de tweede in paragraaf 2.2. In paragraaf 2.3 wordt kort ingegaan op de automatisering die is gebruikt om de methode toe te passen.

2.1. Eenvoudige beoordeling

De eenvoudige beoordeling bestaat uit drie stappen, die onderstaand nader worden toegelicht.



Figuur 2-1: Stroomschema eenvoudige toets

2.1.1. Stap 1: Uitwerken faalpaden

2.1.1.1. Faalpad per faalmechanisme per zone

Voordat een waterkering daadwerkelijk faalt moeten eerst meerdere gebeurtenissen achtereenvolgens optreden. Een faalpad beschrijft de gebeurtenissen die op moeten treden voordat dit tot falen van de waterkering leidt. In bijna alle gevallen is er meer dan één pad die tot falen van de waterkering kan leiden, deze faalpaden samen vormen een faalpadenboom.

Voor de beoordeling van de NWO's zijn per faalmechanisme en per zone van de waterkeringen faalpadenbomen opgesteld. Een NWO kan invloed hebben op het falen van de waterkering na bezwijken van het NWO, maar ook zonder bezwijken van het NWO. In algemene zin kan een faalpadenboom van een

waterkering met NWO beschreven worden zoals is weergegeven in Figuur 2-2. Er zijn echter meerdere gebeurtenissen die tot bezwijken van een NWO kunnen leiden, en na het bezwijken van een NWO zijn er nog meerdere gebeurtenissen die tot een gunstigere (of ongunstigere) situatie leiden voor het falen van de waterkering. Welke gebeurtenissen moeten optreden voor een ongunstige situatie hangt af van het faalmechanisme en van de zone waar het object in staat. Daarnaast moet voor de volledigheid, om de totale faalkans te kunnen berekenen, na elk faalpad de kans op falen van de waterkering worden toegevoegd. Immers kan ook na tijdige detectie en herstel de kering falen (met een kans gelijk aan de 'reguliere' faalkans zonder invloed van het object).



Figuur 2-2: Algemeen faalpadenboom waterkering met NWO

2.1.1.2. Kwalitatief inschatten van kansen

Iedere gebeurtenis in een faalpad heeft een bepaalde kans van optreden. In stap 1 wordt met 'expert judgement', waar mogelijk onderbouwd met ervaringsgetallen, een inschatting gemaakt hoe groot de kans is dat deze gebeurtenis optreedt (gegeven de eerder opgetreden gebeurtenissen). Aan deze waarschijnlijkheid is vervolgens een range van kansen gekoppeld. Indien de gebeurtenis leidt tot een situatie met een negatief effect op de faalkans van de waterkering is de bovengrens van de range genomen. En als de gebeurtenis leidt tot een situatie met een positief effect voor de waterkering is de ondergrens genomen. In Tabel 2-1 is een overzicht gegeven van de kansen die worden gebruikt bij een waarschijnlijkheid van optreden.

Tabel 2-1: Indeling kansen bij waarschijnlijkheid optreden

Waarschijnlijkheid optreden gebeurtenis	Ondergrens kans [-]	Bovengrens kans [-]
zeer onwaarschijnlijk	0,01	0,05
onwaarschijnlijk	0,05	0,25
reëel	0,25	0,50
waarschijnlijk	0,50	0,75
zeer waarschijnlijk	0,75	0,99

2.1.1.3. Kwalitatief inschatten van invloedsfactoren per faalpad

De invloedsfactor geeft aan hoeveel keer groter de faalkans van een bepaalde situatie is ten opzichte van de faalkans uit de beoordeling van het dijklichaam. Een dergelijke situatie (zoals bijvoorbeeld een ontgrondingskuil) treedt op na het optreden van alle gebeurtenissen in een faalpad.

De invloed per situatie van een faalmechanisme wordt ingeschat met 'expert judgement', en vervolgens vertaald naar een invloedsfactor op basis van de classificaties in Tabel 2-2.

Tabel 2-2: Indeling invloedsfactor

Invloed	Invloedsfactor
geen invloed	1,0
verwaarloosbare invloed	1,1
kleine invloed	1,5
redelijke invloed	3
aanzienlijke invloed	10
grote invloed	30
zeer grote invloed	100

2.1.1.4. Berekenen totale invloedsfactor

Met behulp van de gekwantificeerde faalpaden uit bovenstaande analyse kan per faalmechanisme per zone een totale invloedsfactor worden bepaald. Deze factor geeft aan hoeveel keer groter de faalkans van de waterkering met NWO is ten opzichte van de faalkans van de waterkering zonder NWO. De faalkans zonder NWO is bepaald in de 'reguliere' beoordeling van het dijklichaam (referentie-faalkans). De invloedsfactor kan als volgt bepaald worden:

$$r = \frac{P(F)}{P_{ref}}$$

Waarin:

r	= invloedsfactor	[-]
P(F)	= faalkans van de waterkering (inclusief NWO's)	[1/jaar]
P _{ref}	= referentie-faalkans	[1/jaar]

De faalkans van de waterkering inclusief NWO's wordt berekend door het product van de kans op een situatie en de faalkans van de waterkering gegeven de situatie per faalpadenboom te sommeren. In de eenvoudige toets wordt de faalkans van de waterkering gegeven een situatie bepaald met het product van de invloedsfactor voor die situatie en de referentie-faalkans. Voor de eenvoudige toets geldt daarom:

$$P(F) = \sum_{n=1}^{\infty} i_{S_n} * P_{ref} * P(S_n) = P_{ref} * \sum_{n=1}^{\infty} i_{S_n} * P(S_n)$$

Waarin:

P(F)	= kans op falen van de waterkering	[1/jaar]
P _{ref}	= referentie-faalkans	[1/jaar]
i _{S_n}	= invloedsfactor voor situatie S _n	[-]
P(S _n)	= kans op situatie S _n	[-]

Een theoretische onderbouwing van bovenstaande inclusief uitgewerkt voorbeeld is opgenomen in de bijlage.

2.1.2. Stap 2: Bepalen risicoklasse per object

Nu de invloedsfactor (per type object) per zone per faalmechanisme is bepaald kunnen op basis van de ligging van de objecten invloedsfactoren aan de individuele objecten worden toegekend.

2.1.2.1. Vertaling van invloedsfactor naar risicoklasse

Om snel inzichtelijk te kunnen maken welke objecten risicovol zijn wordt hierbij een vertaling gemaakt van invloedsfactor naar een risicoklasse. Hiervoor wordt gebruik gemaakt van de indeling in Tabel 2-3.

Tabel 2-3: Indeling risicoklasses

Invloedsfactor [-]	Risicoklasse object
0,0 – 1,1	I
1,1 – 1,5	II
1,5 – 3,0	III
3,0 – 15,0	IV
≥ 15,0	V

2.1.2.2. Bepalen zone van objecten

Vervolgens wordt in GIS met behulp van karakteristieke lijnen (buitenkruinlijn, binnenkruinlijn, binnenteenlijn, etc.) en de locatie van de objecten bepaald in welke zone (voorland, kruin, binnentalud, etc.) elk object ligt.

2.1.2.3. Toekennen risicoklasse aan object

Op basis van de zone waar het object zich in bevindt wordt aan elk individueel object een risicoklasse toegekend. Voor dijktrajecten waarvan de 'reguliere' beoordeling van het dijklichaam nog niet is afgerond eindigt hiermee de beoordeling van de NWO's, aangezien om de faalkans van de kering inclusief object te kunnen bepalen eerst de faalkans zonder object bepaald moet zijn. Voor trajecten waarvan de beoordeling wel is uitgevoerd wordt de beoordeling vervolgd met stap 3.

2.1.3. Stap 3: Oordeel eenvoudige toets

2.1.3.1. Koppeling objecten aan toetsvakken

In GIS wordt elk object gekoppeld aan het toetsvak waarbinnen het valt voor de verschillende faalmechanismen. Dit wordt nader toegelicht in paragraaf 0.

2.1.3.2. Bepalen oordeel eenvoudige toets

Op basis van de risicoklasse van het object en de categorie waarin het betreffende toetsvak valt vanuit de beoordeling van het dijklichaam kan met behulp van Tabel 2-4 per faalmechanisme worden bepaald of een object voldoet of verder moet worden beoordeeld. In deze tabel is een overzicht gegeven van de combinaties waarbij een object het oordeel 'voldoende' krijgt of verder beoordeeld moet worden.

De gedachte hierachter is dat een object met een lage risicoklasse weinig invloed heeft op de faalkans, dus als deze op een dijk staat waarvan de faalkans als voldoende is beoordeeld, het object er niet voor kan zorgen dat de faalkans onvoldoende wordt. Dit geldt ook voor een object met een hogere risicoklasse op een ruim voldoende dijklichaam, en voor een object met verwaarloosbare invloed (risicoklasse I) op alle dijklichamen.

Voorbeeld: Risicoklasse III wordt toegekend aan objecten met een invloedsfactor tussen 1,5 en 3,0, d.w.z. de aanwezigheid van de faalkans zorgt voor een toename van de faalkans met maximaal een factor 3 ten opzichte van de faalkans uit de 'reguliere' beoordeling. Voor een dijkvak die in de reguliere beoordeling in categorie IV (voldoet mogelijk aan de ondergrens of aan de signaleringswaarde) valt, is het mogelijk dat deze door de aanwezigheid van het object in categorie V (voldoet niet aan de ondergrens) terecht komt. Daarom moet dit object verder worden beoordeeld. Echter, valt het vak in categorie III (voldoet aan de ondergrens en mogelijk aan de signaleringswaarde) dan kan hij door de aanwezigheid van het object hooguit in categorie IV, en niet in categorie V terechtkomen. Op basis hiervan wordt het oordeel 'voldoet' toegekend.

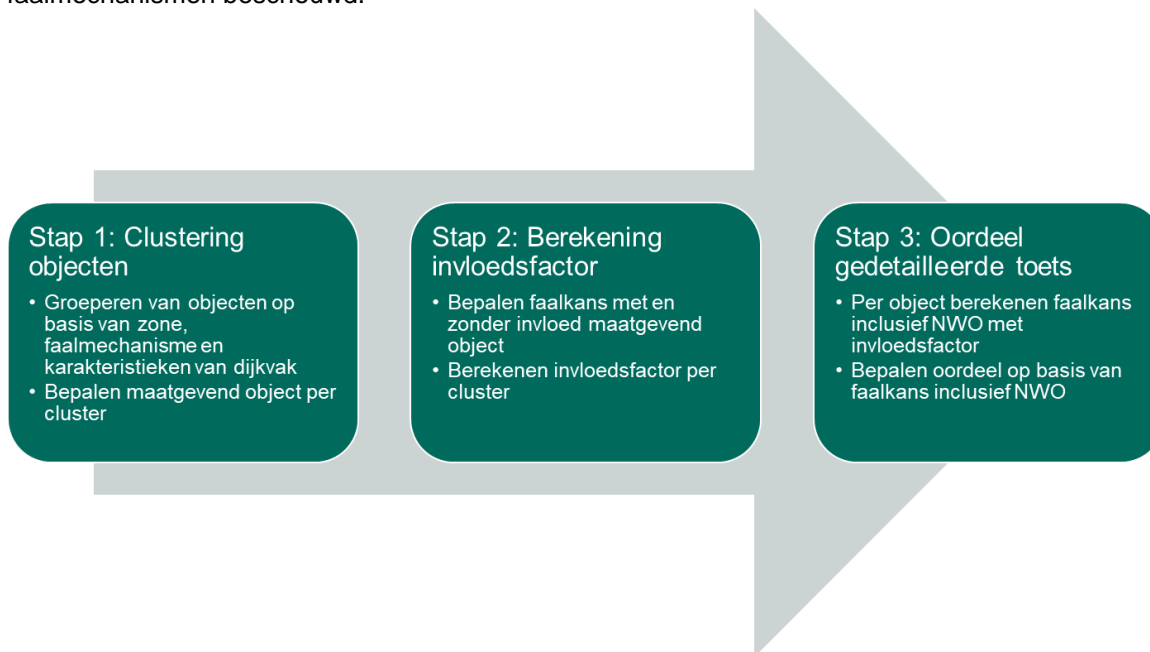
Bovenstaande wordt voor elk faalmechanisme afzonderlijk uitgevoerd. Slechts wanneer een object op alle faalmechanismen als voldoende wordt beoordeeld (of niet van toepassing is) kan het object in de eenvoudige toets worden goedgekeurd. In alle andere gevallen wordt de toetsing voortgezet met een gedetailleerde toets.

Tabel 2-4: Oordeel op basis van risicoklasse en categorie beoordeling dijklichaam

Risicoklasse NWO	Categorie beoordeling dijklichaam (op vakniveau)					
	I _v	II _v	III _v	IV _v	V _v	VI _v
I	voldoende	voldoende	voldoende	voldoende	voldoende	voldoende
II	voldoende	voldoende	voldoende	voldoende	verder beoordelen	verder beoordelen
III	voldoende	voldoende	voldoende	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen
IV	voldoende	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen
V	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen

2.2. Gedetailleerde beoordeling

De objecten die volgens de eenvoudige beoordeling op één of meerdere faalmechanismen verder beoordeeld moeten worden, worden gedetailleerd getoetst. Hierbij worden alleen de nog niet goedgekeurde faalmechanismen beschouwd.



Figuur 2-3: Stroomschema gedetailleerde toets

2.2.1. Stap 1: Clustering objecten

Per faalmechanisme worden de 'overgebleven' objecten in clusters onderverdeeld. Deze clusters zijn voornamelijk gebaseerd op de zone van de waterkering waar het object staat, en enkele karakteristieke eigenschappen van het toetsvak die het resultaat van de toetsing kunnen beïnvloeden. Voorbeelden zijn het dijkmateriaal van de waterkering (zand of klei) voor de erosie van de bekleding, of de aanwezigheid van een hoge zandlaag voor piping.

Per cluster wordt vervolgens een maatgevend object bepaald, waarvan wordt verwacht dat deze het grootste effect heeft op de faalkans. Voor piping als gevolg van bomen in het achterland is dit bijvoorbeeld de boom die het dichtst bij de kering staat, aangezien deze bij het veroorzaken van een ontgrondingskuil resulteert in de kortste kwelweg. Bij twijfel over welk object maatgevend is kan ervoor worden gekozen om meerdere objecten door te rekenen.

2.2.2. Stap 2: Berekening invloedsfactor

In tegenstelling tot de eenvoudige methode, waar de invloedsfactor werd bepaald door een kwalitatieve inschatting van de invloed van het object op de faalkans, wordt in de gedetailleerde methode de invloedsfactor berekend. Dit wordt gedaan door voor het maatgevende object de beoordeling met en zonder de invloed van het object uit te voeren.

De aanpak in de gedetailleerde methode verschilt per faalmechanisme en in sommige gevallen zelfs per cluster, maar in het algemeen kan de aanpak verdeeld worden in een aanpak voor twee typen faalmechanismen, namelijk:

- Faalmechanismen waarbij in de beoordeling van het dijklichaam een faalkans is uitgerekend.
- Faalmechanismen waarbij in de beoordeling van het dijklichaam geen faalkans is uitgerekend.

Faalmechanismen met faalkans

Voor de faalmechanismen waarbij in de beoordeling van het dijklichaam een faalkans is uitgerekend, wordt per cluster de invloedsfactor berekend. De onderbouwing van deze invloedsfactor is in bijlage 2 gegeven. In de gedetailleerde toets is de invloedsfactor als volgt berekend:

$$r = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} P(F|S_n) * P(S_n)}{P_{ref}}$$

Waarin:

r	= invloedsfactor	[-]
P _{ref}	= referentie-faalkans	[1/jaar]
P(F S _n)	= faalkans van de waterkering gegeven situatie S _n	[1/jaar]
P(S _n)	= kans op situatie S _n	[-]

De referentie-faalkans is hierbij gelijk aan de faalkans van de waterkering zoals deze is berekend in de 'reguliere' beoordeling van het dijklichaam. De faalkans van de waterkering gegeven situatie S_n is per cluster berekend. Bijvoorbeeld, bij de situatie van een ontgrondingskuil na het bezwijken van een boom is de faalkans van STBI bij deze situatie berekend door de ontgrondingskuil in de stabiliteitsberekening te schematiseren. Hiervoor is het meest maatgevende object binnen het cluster aangehouden. De kans op situatie S_n (P(S_n)) wordt gelijk gehouden aan de kans die is aangehouden bij de eenvoudige toets.

De referentie-faalkans is afhankelijk van het toetsvak en daarmee is dus ook de invloedsfactor anders per toetsvak. Bij clusters met veel verschillende toetsvakken wordt de invloedsfactor berekend voor het toetsvak met de hoogste referentie-faalkans en het toetsvak met de laagste referentie-faalkans.

Faalmechanismen zonder faalkans

Bij de faalmechanismen waar in de beoordeling van het dijklichaam geen faalkans is berekend, is het niet mogelijk om de invloedsfactor en de faalkans van de waterkering met NWO en uit te rekenen. Voor deze faalmechanismen wordt daarom een kwalitatieve beoordeling gegeven.

2.2.3. Stap 3: Oordeel gedetailleerde toets

Faalmechanismen met faalkans

Binnen een cluster worden twee invloedsfactoren berekend, één voor het toetsvak met de hoogste referentie-faalkans en één voor het toetsvak met de laagste referentie-faalkans. Van deze twee factoren wordt vervolgens de hoogste invloedsfactor gebruikt bij alle toetsvakken in het cluster om de faalkans van de waterkering inclusief NWO ($P(F)$) te berekenen. Deze faalkans wordt als volgt berekend:

$$P(F) = r * P_{ref}$$

Waarin:

$P(F)$	= faalkans van de waterkering	[1/jaar]
r	= invloedsfactor	[-]
P_{ref}	= referentie-faalkans	[1/jaar]

Voor de beoordeling van de objecten wordt vervolgens gekeken in welke categorie het oordeel bij de faalkans van de waterkering ($P(F)$) valt en wordt deze vergeleken met de categorie waar de referentie-faalkans in valt. De objecten in een toetsvak krijgen het oordeel 'voldoende' indien aan minimaal één van de voorwaarden wordt voldaan:

- Het oordeel van $P(F)$ valt in categorie Iv, IIv of IIIv.
- Het oordeel van $P(F)$ valt in dezelfde categorie als het oordeel van P_{ref} .

Indien aan geen van bovenstaande voorwaarden wordt voldaan krijgen alle objecten van het cluster die in dat toetsvak staan het oordeel 'onvoldoende'.

Faalmechanismen zonder faalkans

In de kwalitatieve beoordeling wordt per cluster gekeken hoe het oordeel van het toetsvak in de beoordeling van het dijklichaam is gegeven. Vervolgens wordt gekeken naar de locatie van de objecten uit het cluster in dat toetsvak en wordt beoordeeld of deze mogelijk een negatieve invloed hebben op beoordeling van het toetsvak. De objecten in een toetsvak krijgen het oordeel 'voldoende' indien aan minimaal één van de volgende voorwaarden wordt voldaan:

- Het oordeel van het toetsvak inclusief NWO is 'voldoet'.
- Het oordeel van het toetsvak inclusief NWO is gelijk aan het oordeel van het toetsvak exclusief NWO.

Indien aan geen van bovenstaande voorwaarden wordt voldaan krijgen alle objecten van het cluster die in dat toetsvak staan het oordeel 'onvoldoende'.

2.3. Automatisering

In deze paragraaf wordt een korte toelichting gegeven op hoe de gegevens benodigd voor bovenstaande methode worden ingewonnen/geprepareerd voor grote hoeveelheden objecten.

2.3.1. Bepalen/actualiseren afmetingen objecten

Met behulp van de scanauto van Iv-Infra is over de keringen gereden om een 3D-puntenwolk in te winnen. Uit deze puntenwolk kunnen (eventueel gecombineerd met vanuit de lucht ingewonnen puntenwolken van AHN of FliMap) vervolgens met speciaal ontwikkelde scripts objecten worden herkend. Naast de locatie van de objecten kunnen o.a. de stamdiameter en hoogte van bomen worden bepaald.

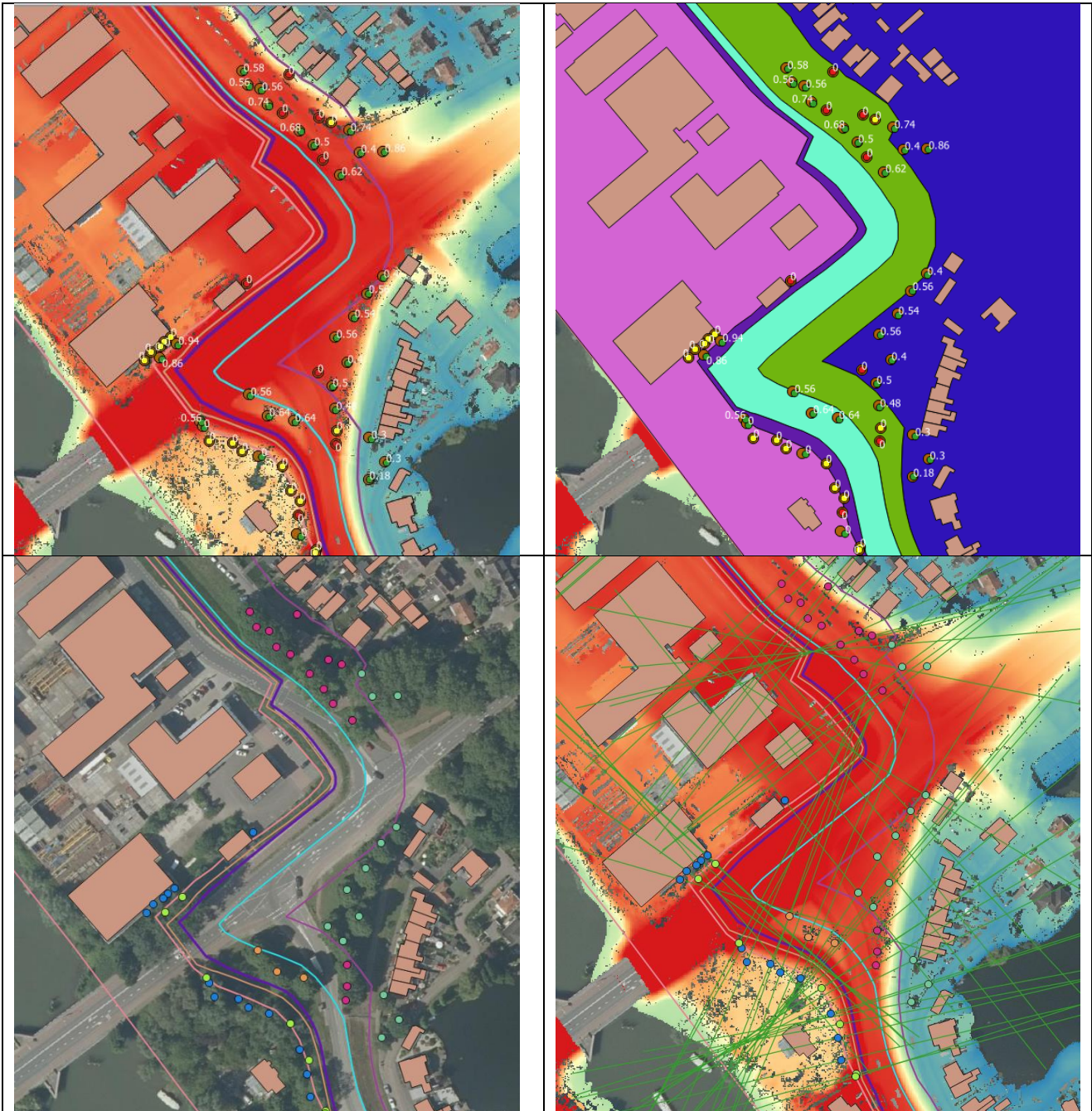
Parameters die al bekend waren in de bestaande database van HHSK zijn met deze gegevens geactualiseerd, andere (zoals de stamdiameter) zijn hieraan toegevoegd.

Opgemerkt wordt dat deze stap alleen dient te worden uitgevoerd wanneer niet alle benodigde gegevens beschikbaar zijn.

2.3.2. Verwerking gegevens in GIS

- Op basis van de leggerlijn, luchtfoto's en AHN-hoogtegegevens wordt de kering verdeeld in verschillende zones, zoals voorland, buitentalud, kruin, binnentalud en achterland. Per object wordt bepaald in welke zone deze ligt. Opgemerkt wordt dat gebouwen in meerdere zones kunnen liggen.
- Met een GIS-script wordt vervolgens per NWO een profiellijn getrokken loodrecht op de leggerlijn.
- Door te bepalen waar de profiellijn de leggerlijn kruist kan met de toetsvakindeling voor de verschillende faalmechanismen uit de reguliere beoordeling van het dijklichaam worden bepaald in welk toetsvak het object ligt. Hiermee kunnen het toetsoordeel en andere gegevens (zoals bv. de afmetingen van de kering of het overslagdebiet) uit de reguliere beoordeling aan de objecten worden gekoppeld.
- Aan de hand van deze lijnen en andere GIS-informatie worden per NWO de volgende gegevens bepaald:
 - Hoogteligging van het maaiveld ter plaatse van het object;
 - Afstand van het object tot aan de verschillende zones, en voor bomen tot de dichtstbijzijnde boom;
 - Dwarsprofiel van de kering ter plaatse van het object;
 - Eigenschappen als kruinbreedte, taludhelling en kerende hoogte van de kering;
 - Toetsvak waarin het object ligt voor de verschillende faalmechanismen.

De GIS-bewerkingen worden visueel weergegeven in Figuur 2-4.



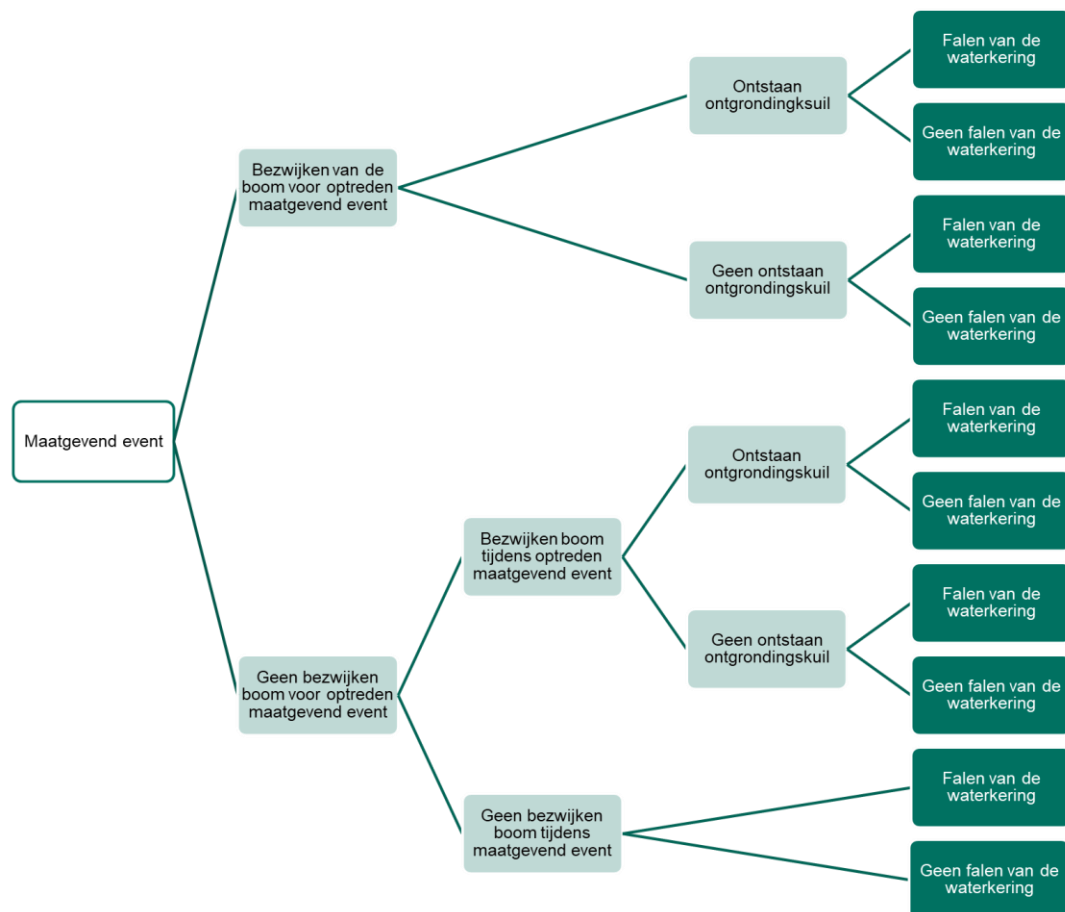
Figuur 2-4: Voorbeeld GIS-analyse waarin achtereenvolgens de kering wordt ingedeeld in zones, de bomen aan een zone worden toegekend en profiellijnen worden gegenereerd

3 Uitgewerkt voorbeeld

Ter verduidelijking van de bepaling van de invloedsfactor is in dit hoofdstuk een faalpadenboom volledig uitgewerkt. Voor het voorbeeld is de faalpadenboom van STBI voor bomen op de onderste helft van het binnentalud gebruikt. Verder is uitgegaan van een solitaire boom en de belastingsituatie 'stormopzet vanaf zee'.

3.1. Faalpadenboom

De faalpadenboom is weergegeven in Figuur 3-1.



Figuur 3-1: Faalpadenboom STBI voor bomen op onderste helft van het binnentalud

3.2. Inschatting van kansen

Onderstaand wordt per gebeurtenis de kans van optreden zoals ingeschat in de beoordeling toegelicht.

Bezwijken van een boom voor optreden maatgevend event

De kans dat de boom is bezweken en niet tijdig is hersteld voor het optreden van het maatgevende event is bij alle events ingeschat als **zeer onwaarschijnlijk**. Na het optreden van een storm vindt normaliter een inspectie door de keringbeheerder plaats, en aangezien in nagenoeg alle gevallen is er na het bezwijken van de boom voldoende tijd om eventuele schade te herstellen voor het volgende maatgevende event optreedt.

Bezwijken boom tijdens optreden maatgevend event

De kans dat deze gebeurtenis optreedt is afhankelijk van het maatgevende event, de zone en de solitariteit van de boom. Bij het maatgevende event 'stormopzet vanaf zee' wordt een hoge waterstand veroorzaakt door een noorder- tot westerstorm vanaf de Noordzee, waardoor het water in de Nieuwe Maas wordt opgestuwd. Dit event heeft daarom een sterke correlatie met hoge windsnelheden (tot orkaankracht) en vaak een relatief korte duur (één tot twee dagen), Met deze windsnelheden is het waarschijnlijk dat een boom bezwijkt. Echter komen deze stormen voornamelijk voor in de herfst- en wintermaanden. In deze maanden hebben de loofbomen geen bladeren, waardoor de kans kleiner is dat een boom bezwijkt. Daarom is voor solitaire bomen in alle zones ingeschat dat het optreden van deze gebeurtenis **reëel** is bij een stormopzet vanaf zee.

Ontstaan ontgrondingskuil

De kans dat een ontgrondingskuil ontstaat (gegeven het bezwijken van een boom) is met name afhankelijk van het wortelstelsel van een boom. Bij een relatief hoge dagelijkse grondwaterstand heeft de boom een relatief ondiep wortelstelsel, waardoor de boom sneller bezwijkt inclusief het wortelstel. Bij een relatief lage dagelijkse grondwaterstand is het wortelstelsel relatief diep, waardoor de boom erg stevig staat en de kans groter is dat deze bezwijkt door af te breken dan dat een ontgrondingskuil ontstaat. Het niveau van de dagelijkse grondwaterstand ten opzichte van het maaiveld varieert per zone. Daarom kan gesteld worden dat de kans op het ontstaan van een ontgrondingskuil afhankelijk is van de zone van de waterkering waar de boom in staat. Bij de onderste helft van het binnentalud ligt de dagelijkse grondwaterstand relatief ondiep. Daarnaast staan de bomen in deze zones op een schuin talud, waardoor de boom minder weerstand aan de ondergrond kan onttelen. Hierdoor is de kans op ontstaan van een ontgrondingskuil na bezwijken groter. Daarom is ingeschat de kans op ontstaan van een ontgrondingskuil (gegeven bezwijken boom) bij bomen op het binnentalud **waarschijnlijk** is.

In Tabel 3-1 is een overzicht gegeven van de symbolen en kansen die zijn gebruikt voor alle gebeurtenissen en faalkans in de faalpadenboom.

Tabel 3-1: Kansen bij gebeurtenissen in faalpadenboom STBI van bomen op onderste helft van het binnentalud

Beschrijving	Symbol	Waarschijnlijkheid	Kans [-]
Kans op bezwijken boom voor optreden maatgevend event	$P(N_V)$	zeer onwaarschijnlijk	0,05
Kans op niet bezwijken boom voor optreden maatgevend event	$P(\overline{N_V})$		0,95
Kans op bezwijken boom tijdens optreden maatgevend event gegeven geen bezwijken voor optreden maatgevend event	$P(N_T \overline{N_V})$	onwaarschijnlijk	0,25
Kans op geen bezwijken boom tijdens optreden maatgevend event gegeven geen bezwijken voor optreden maatgevend event	$P(\overline{N_T} \overline{N_V})$		0,75
Kans op ontgrondingskuil gegeven bezwijken boom	$P(O N)$	waarschijnlijk	0,75
Kans op geen ontgrondingskuil gegeven bezwijken boom	$P(\overline{O} N)$		0,25

3.3. Inschatting van invloedsfactoren per faalpad

Een boom op de onderste helft van het binnentalud heeft invloed op de stabiliteit van het binnentalud doordat er gewicht uit de passieve zone verdwijnt zodra de boom bezwijkt en er een ontgrondingskuil ontstaat. De invloed van de boom op de stabiliteit van het binnentalud is afhankelijk van de locatie van de boom (zone) en de grootte van de ontgrondingskuil.

De grootte van de ontgrondingskuil is afhankelijk van het gegeven of de boom solitair is of dat deze in een groep staat. Indien het om een solitaire boom gaat, dan heeft de ontgrondingskuil slechts beperkte afmetingen. Een glijvlak treedt over een aanzienlijk grotere breedte (orde grootte 20 m) op dan de afmetingen van deze ontgrondingskuil (ca. 4 m). Door o.a. 3D-werkingen is de invloed van een ontgrondingskuil met dergelijke afmetingen op een afschuiving beperkt.

Een omgevallen boom op het binnentalud blijft niet op dezelfde plek liggen, maar komt waarschijnlijk bij de teen van de dijk te liggen. Het gewicht van boom en kluit verdwijnt hiermee niet uit de passieve zone, mogelijk heeft een boom op deze locatie zelfs een positieve werking ten opzichte van een het gewicht op het binnentalud.

Op basis van bovenstaande argumenten wordt de invloed van deze gebeurtenis op de faalkans op STBI als **klein** ingeschat.

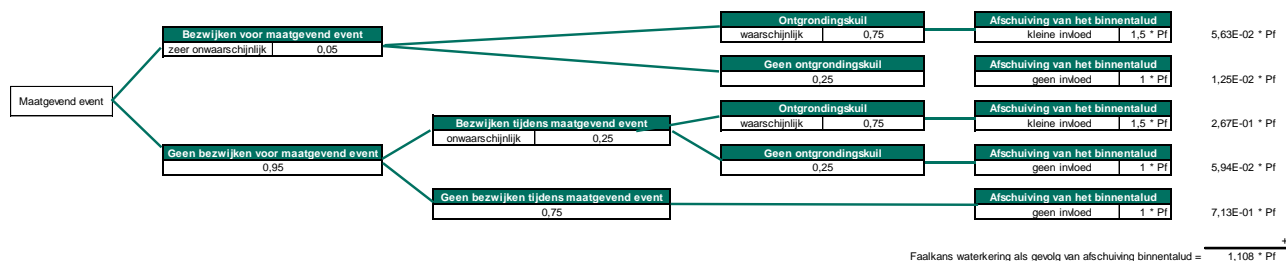
Wanneer de boom op het binnentalud niet gefaald is, is de situatie waarop de stabiliteit wordt getoetst identiek aan die zonder invloed van bomen. Deze situatie heeft daarom **geen** invloed op de faalkans op STBI.

Tabel 3-2: Invloedsfactoren bij gebeurtenissen in faalpadenboom STBI van bomen op onderste helft van het binnentalud

Beschrijving	Invloed	Invloedsfactor [-]
Ontgrondingskuil	klein	1,5
Geen ontgrondingskuil	geen	1,0

3.4. Berekening totale invloedsfactor

Met de hierboven bepaalde kansen en invloedsfactoren per faalpad kan vervolgens de totale invloedsfactor worden berekend, zie Figuur 3-2. Voor het voorbeeld resulteert dit in een invloedsfactor van 1,108, waarmee de boom in de eenvoudige beoordeling (conform Tabel 2-3) een risicoklasse van II krijgt.



Figuur 3-2: Berekening invloedsfactor volgens eenvoudige methode

3.5. Vertaling invloedsfactor naar toetsoordeel

Voor de vertaling van invloedsfactor naar toetsoordeel worden twee identieke bomen in twee verschillende (fictieve) dijkvakken beschouwd, beiden in dijktraject 14-2. In het eerste dijkvak is in de reguliere beoordeling van STBI een faalkans van $8,9 \text{ E}^{-9}$ berekend, in het tweede een faalkans van $2,77 \text{ E}^{-4}$.

3.5.1. Eenvoudige beoordeling

In Figuur 3-3 zijn de categoriegrenzen van dijktraject 14-2 weergegeven.

Cat.	Aanduiding categorie toetsoordeel per vak	Begrenzing categorie	SF-waarde _{eis}
I_v	voldoet ruim aan de signaleringswaarde	$P_{f,dsn} < 9,47 \text{ E}^{-10}$	1,39
II_v	voldoet aan de signaleringswaarde	$9,47 \text{ E}^{-10} < P_{f,dsn} < 2,85 \text{ E}^{-8}$	1,30
III_v	voldoet aan de ondergrens en mogelijk aan de signaleringswaarde	$2,85 \text{ E}^{-8} < P_{f,dsn} < 9,47 \text{ E}^{-8}$	1,26
IV_v	voldoet mogelijk aan de ondergrens of aan de signaleringswaarde	$9,47 \text{ E}^{-8} < P_{f,dsn} < 3,33 \text{ E}^{-5}$	1,18
V_v	voldoet niet aan de ondergrens	$3,33 \text{ E}^{-5} < P_{f,dsn} < 9,99 \text{ E}^{-4}$	1,06
VI_v	voldoet ruim niet aan de ondergrens	$9,99 \text{ E}^{-4} < P_{f,dsn}$	< 1,06
VII_v	nog geen oordeel		

Figuur 3-3: Categorieën beoordeling STBI [1]

Volgens deze indeling heeft vak 1 in de reguliere beoordeling het oordeel II_v gekregen, vak 2 valt in categorie V_v. Voor de invloed van de solitaire bomen in het binnentalud op STBI geldt risicoklasse II (zie paragraaf 3.4). Conform Tabel 3-3 kan hiermee vervolgens de bomen in vak 1 worden goedgekeurd, de bomen in vak 2 moeten verder worden beoordeeld (zie Tabel 3-4).

Tabel 3-3: Oordeel op basis van risicoklasse en categorie beoordeling dijklichaam

Risicoklasse NWO	Categorie beoordeling dijklichaam (op vakniveau)					
	I _v	II _v	III _v	IV _v	V _v	VI _v
I	voldoende	voldoende	voldoende	voldoende	voldoende	voldoende
II	voldoende	voldoende	voldoende	voldoende	verder beoordelen	verder beoordelen
III	voldoende	voldoende	voldoende	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen
IV	voldoende	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen
V	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen	verder beoordelen

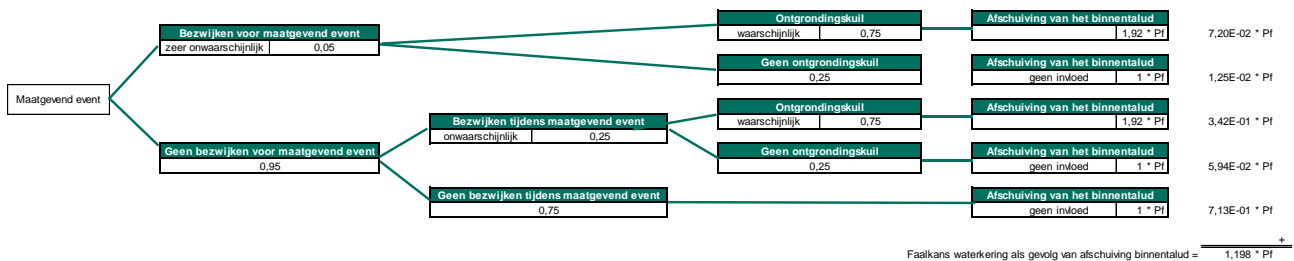
Tabel 3-4: Toetsoordeel bomen volgens eenvoudige methode

Dijkvak	Faalkans STBI (zonder invloed boom)	Oordeel	Risicoklasse boom	Oordeel boom eenvoudige methode
1	8,9 E ⁻⁹	I _v	II	voldoende
2	2,77E ⁻⁴	V _v	II	verder beoordelen

3.5.2. Gedetailleerde beoordeling

Uit de reguliere beoordeling van STBI volgde voor toetsvak 2 een faalkans van $2,77E-04$. Deze faalkans is gebaseerd op een stabiliteitsberekening waarin een stabiliteitsfactor van 1,03 werd berekend. In de gedetailleerde beoordeling wordt deze stabiliteitsberekening aangepast door een ontgrondingskuil op de plaats van de maatgevende boom te schematiseren. Uit deze aangepaste berekening volgt een stabiliteitsfactor van 1,00, corresponderend met een faalkans van $5,33E-04$.

Dit resulteert in een invloedsfactor van $(5,33 / 2,77 =) 1,92$ voor het faalpad waarin een ontgrondingskuil ontstaat. Wanneer deze factor wordt ingevuld in de faalpadenboom (zie Figuur 3-4) volgt hieruit een totale invloedsfactor van 1,19.



Figuur 3-4: Berekening invloedsfactor volgens gedetailleerde methode

Een invloedsfactor van 1,19 betekent dat de faalkans voor STBI inclusief invloed van de boom $3,32E-04$ is. Hiermee valt het oordeel voor dit dijkvak op STBI nog steeds in categorie V_v (zie Tabel 3-5). Omdat het oordeel van het dijkvak niet verandert wordt gesteld dat de boom voldoet¹.

Tabel 3-5: Toetsoordeel bomen volgens gedetailleerde methode

Dijkvak	Faalkans STBI (zonder invloed boom)	Oordeel (zonder invloed boom)	Invloedsfactor boom	Faalkans STBI (met invloed boom)	Oordeel (met invloed boom)	Oordeel boom
2	$2,77 E^{-4}$	V_v	1,19	$3,32 E^{-4}$	V_v	voldoende

¹ De gedachte hierachter is dat het dijkvak weliswaar is afgekeurd, maar dat de aanwezigheid van de boom weinig invloed heeft op dit oordeel. Dat betekent dat zelfs als de boom wordt verwijderd de dijk nog moet worden verbeterd. Bij de dijkverbetering zou ervoor kunnen worden gekozen om de boom te verwijderen, maar er zou ook rekening gehouden kunnen worden met de aanwezigheid hiervan door de versterking te ontwerpen op een zwaardere norm. Dit kan bijvoorbeeld door in de faalkanseis rekening te houden met de invloedsfactor van de boom.

4 Literatuurlijst

- [1] Hoogheemraadschap van Schieland en de Krimpenerwaard & Hoogheemraadschap van Delfland, 1^e Beoordeling Primaire Waterkeringen Beoordeling traject 14-2, juni 2020
- [2] Hoogheemraadschap van Schieland en de Krimpenerwaard, TAUW en Iv-Infra, Eindrapportage WBI-Beoordeling Niet-Waterkerende Objecten revisie 1, 9 juli 2021

Bijlage – Theoretische onderbouwing invloedsfactor

INHOUD

1	Definitie invloedsfactor	3
2	De faalkans van een waterkering met NWO	3
3	Faalkans berekenen met faalpaden	4

1 Definitie invloedsfactor

Bij de beoordeling van NWO's op de waterkering is gebruik gemaakt van een invloedsfactor. Deze invloedsfactor is een van de faalkans van de waterkering met een NWO ten opzichte van een referentiesituatie (de faalkans uit de beoordeling van het dijklichaam). Voor de invloedsfactor geldt:

$$r = \frac{P(F)}{P_{ref}}$$

Waarin:

r	=	invloedsfactor	[-]
P(F)	=	kans op falen van de waterkering met NWO	[1/jaar]
P _{ref}	=	referentie-faalkans	[1/jaar]

2 De faalkans van een waterkering met NWO

Voor een waterkering waarop een NWO aanwezig is geldt algemeen:

$$P(F) = P(F \cap N) + P(F \cap \bar{N})$$

Waarin:

P(F)	=	kans op falen van de waterkering	[1/jaar]
P(F ∩ N)	=	kans op falen van de waterkering <i>en</i> het bezwijken van het NWO	[1/jaar]
P(F ∩ \bar{N})	=	kans op falen van de waterkering <i>en</i> geen bezwijken van het NWO	[1/jaar]

Voor de kans op falen van de waterkering en het bezwijken van het NWO geldt:

$$P(F \cap N) = P(F|N) * P(N)$$

En voor de kans op falen van de waterkering en geen bezwijken van het NWO geldt:

$$P(F \cap \bar{N}) = P(F|\bar{N}) * P(\bar{N})$$

De vergelijking voor de kans op falen van de waterkering kan daarom herschreven worden als:

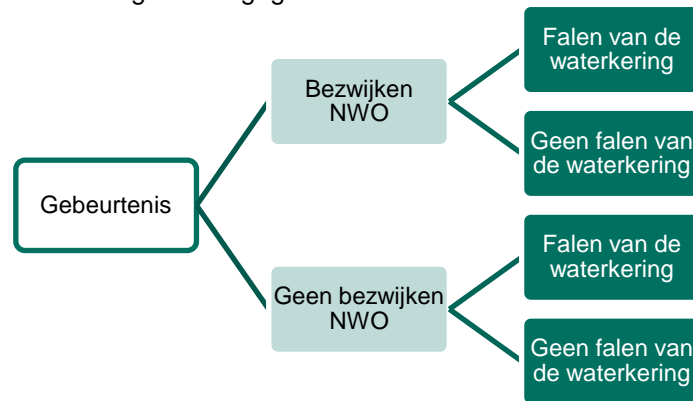
$$P(F) = P(F|N) * P(N) + P(F|\bar{N}) * P(\bar{N})$$

Waarin:

P(F)	=	kans op falen van de waterkering	[1/jaar]
P(F N)	=	kans op falen van de waterkering <i>gegeven</i> het bezwijken van het NWO	[1/jaar]
P(N)	=	kans op bezwijken van het NWO	[-]
P(F \bar{N})	=	kans op falen van de waterkering <i>gegeven</i> geen bezwijken van het NWO	[1/jaar]
P(\bar{N})	=	kans op geen bezwijken van het NWO	[-]

3 Faalkans berekenen met faalpaden

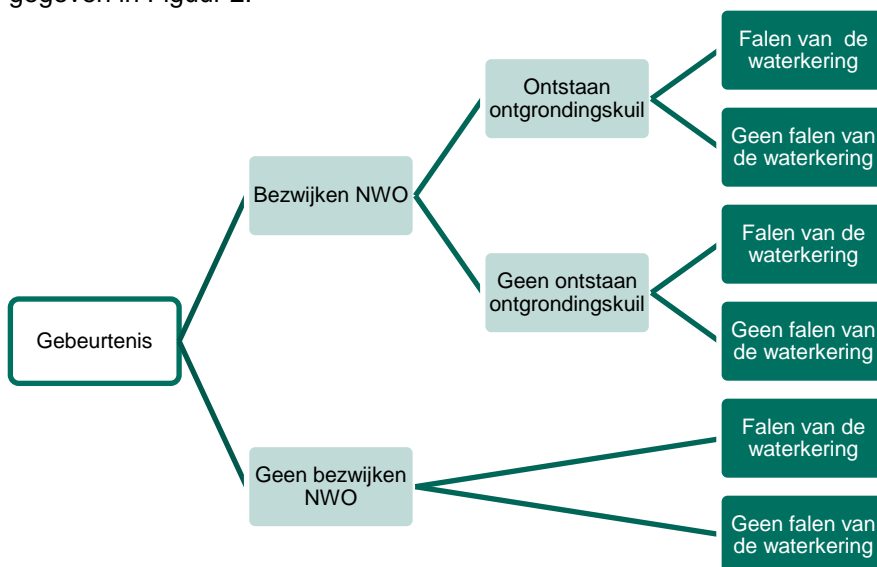
De faalpaden voor een waterkering waar een NWO aanwezig is kan in algemene zin weergegeven worden met een faalpadenboom zoals in Figuur 1 is gegeven.



Figuur 1: Algemeen faalpadenboom waterkering met NWO

De vergelijking op de kans op falen van de waterkering te bepalen voor deze algemene situatie is gegeven in hoofdstuk 2 : $P(F) = P(F|N) * P(N) + P(F|\bar{N}) * P(\bar{N})$. De kans op optreden van iedere gebeurtenis dat leidt tot falen van de waterkering is in deze formule opgenomen.

Voor alle faalmechanismen en type NWO's is de faalpadenboom uitgebreider dan de algemene faalpadenboom in Figuur 1. Bijvoorbeeld, na het bezwijken van een boom is er de kans op het ontstaan van een ontgrondingskuil of geen ontgrondingskuil. De algemene faalpadenboom voor een waterkering waar een boom op staat is gegeven in Figuur 2.



Figuur 2: Algemeen faalpadenboom waterkering met boom

Voor deze faalpadenboom geldt dat de kans op falen van de waterkering als volgt berekend kan worden:

$$P(F) = P(F \cap N \cap O) + P(F \cap N \cap \bar{O}) + P(F \cap \bar{N})$$

Waarin:

$P(F)$	=	kans op falen van de waterkering	[1/jaar]
$P(F \cap N \cap O)$	=	kans op falen van de waterkering <i>en</i> het bezwijken van het NWO <i>en</i> het ontstaan van een ontgrondingskuil	[1/jaar]
$P(F \cap N \cap \bar{O})$	=	kans op falen van de waterkering <i>en</i> het bezwijken van het NWO <i>en</i> geen ontstaan van een ontgrondingskuil	[1/jaar]
$P(F \cap \bar{N})$	=	kans op falen van de waterkering <i>en</i> geen bezwijken van het NWO	[1/jaar]

Uitschrijven van deze vergelijking leidt tot:

$$P(F) = P(F|N \cap O) * P(N \cap O) + P(F|N \cap \bar{O}) * P(N \cap \bar{O}) + P(F|\bar{N}) * P(\bar{N})$$

$$\rightarrow$$

$$P(F) = P(F|N \cap O) * P(O|N) * P(N) + P(F|N \cap \bar{O}) * P(\bar{O}|N) * P(N) + P(F|\bar{N}) * P(\bar{N})$$

Waarin:

$P(F)$	=	kans op falen van de waterkering	[1/jaar]
$P(F N \cap O)$	=	kans op falen van de waterkering <i>gegeven</i> bezwijken van het NWO <i>en</i> het ontstaan van een ontgrondingskuil	[1/jaar]
$P(F N \cap \bar{O})$	=	kans op falen van de waterkering <i>gegeven</i> bezwijken van het NWO <i>en</i> geen ontstaan van een ontgrondingskuil	[1/jaar]
$P(F \bar{N})$	=	kans op falen van de waterkering <i>gegeven</i> geen bezwijken van het NWO	[1/jaar]
$P(O N)$	=	kans op het ontstaan van een ontgrondingskuil <i>gegeven</i> bezwijken van het NWO	[-]
$P(\bar{O} N)$	=	kan op geen ontstaan van een ontgrondingskuil <i>gegeven</i> bezwijken van het NWO	[-]
$P(N)$	=	kans op bezwijken van het NWO	[-]
$P(\bar{N})$	=	kans op geen bezwijken van het NWO	[-]

In bovenstaande voorbeeld zijn er dus drie voorwaardelijke situaties die bijdragen aan de totale kans op falen van de waterkering. De totale faalkans van de waterkering is de sommatie van de faalkansen gegeven de situatie vermenigvuldigd met de kans op die situatie. In algemene zin geldt dus voor alle faalpadenbomen het volgende:

$$P(F) = \sum_{n=1}^{\infty} P(F|S_n) * P(S_n)$$

Waarin:

$P(F)$	=	kans op falen van de waterkering	[1/jaar]
$P(F S_n)$	=	kans op falen van de waterkering <i>gegeven</i> situatie S_n	[1/jaar]
$P(S_n)$	=	kans op situatie S_n	[-]

De kans op situatie S_n is het product van alle gebeurtenissen binnen een faalpad dat tot die situatie leidt, ofwel:

$$P(S_n) = \prod_{m=1}^{\infty} P(G_{n,m})$$

Waarin:

$P(S_n)$ = kans op situatie S_n [-]
 $P(G_{n,m})$ = kans op gebeurtenis $G_{n,m}$ [-]

De kans op falen van een waterkering kan dus algemeen berekend worden met:

$$P(F) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(P(F|S_n) * \prod_{m=1}^{\infty} P(G_{n,m}) \right)$$

En voor de invloedsfactor geldt dan:

$$r = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} (P(F|S_n) * \prod_{m=1}^{\infty} P(G_{n,m}))}{P_{ref}}$$